

(1)

## MODÉLISATION ÉLECTROMAGNÉTIQUE DE LA TÊTE POUR L'IRM : DES VOXELS AUX TÉTRAÈDRES

Hugo Vuylsteke<sup>1</sup>, Basil Harkat<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IMT Atlantique, Brest, France

**Summary** À champ magnétique statique élevé en IRM, la longueur d'onde radiofréquence (RF) dans les tissus devient comparable aux dimensions de la tête, ce qui induit des non-uniformités de champ et des augmentations locales du débit d'absorption spécifique (SAR). Nous modélisons le couplage électromagnétique (EM) entre un réseau d'antennes d'émission (surface) et des tissus crâniens réalistes (volume) à l'aide d'équations intégrales volumiques (VIE) dérivées des équations de Maxwell.

Nous comparons :

- Une **VIE voxelisée** telle qu'implémentée dans le script MARIE, reposant sur une grille cartésienne régulière
- une **VIE tétraédrique**, où le champ inconnu est approché par des fonctions de base linéaires à divergence conforme, permettant de suivre précisément les interfaces anatomiques.

La comparaison part d'une sphère (mono- ou multicouche) illuminée par une onde plane, en prenant comme référence une solution analytique obtenue par expansion en harmoniques sphériques (généralisation de la théorie de Mie<sup>(2)</sup>), puis est étendue à des excitations de type bobine et à des modèles de tête multi-tissus. Nous quantifierons les compromis précision-coût (erreur vs. résolution de maillage et temps de calcul) et identifierons dans quelles conditions la fidélité géométrique supérieure des maillages tétraédriques apporte un bénéfice tangible pour la prédiction des champs RF et du SAR local, avec des implications pour la conception des bobines et l'évaluation de la sécurité.

### CONTEXTE

L'augmentation du champ magnétique statique en imagerie par résonance magnétique (IRM) réduit la longueur d'onde RF dans les tissus à des dimensions comparables à celles de la tête, ce qui engendre des figures d'interférence et des élévations locales du SAR. Une modélisation EM précise du système tête-antenne est essentielle pour anticiper la distribution des champs et vérifier le respect des contraintes de sécurité.

Les équations intégrales couplées (IE), résolues par la méthode des moments (MoM), permettent de traiter rigoureusement le couplage bobine (surface)-tissus (volume). Les VIE sur grilles cartésiennes sont relativement simples à mettre en œuvre, mais représentent les interfaces courbes des tissus avec un effet de « staircasing<sup>(3)</sup> ». À l'inverse, les maillages tétraédriques suivent plus fidèlement les interfaces anatomiques, au prix d'une géométrie et d'un solveur plus complexes. La question pratique est de savoir quand cette fidélité géométrique supplémentaire se traduit par une différence significative sur les champs RF et les hot-spots de SAR.

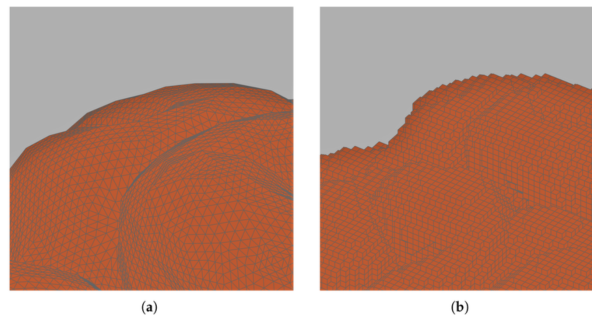


Figure 1. Modèle homogène : à droite, maillage tétraédrique suivant la courbure ; à gauche, discrétisation voxel (effet de staircasing).

### OBJECTIF

- Comparer systématiquement une VIE voxelisée (MARIE) et une VIE tétraédrique (avec des fonctions de base volumiques de type Schaubert–Wilton–Glisson, SWG) sur des tests canoniques, en évaluant la stabilité numérique, la convergence vers une solution analytique de type Mie lorsque le nombre d'inconnues augmente, et les coûts numériques (temps de calcul).
- Remplacer l'onde plane par une excitation équivalente de bobine (champ incident non planaire) et répéter l'analyse (stabilité, convergence par rapport à une référence numérique fine, coûts) pour les deux discrétisations.
- Si le temps le permet, implémenter un couplage explicite surface-volume (SIE–VIE) pour modéliser l'antenne et son interaction avec la tête. L'objectif global est de clarifier dans quels cas un modèle voxelisé simple est suffisant et quand une discrétisation tétraédrique plus coûteuse est requise pour des prédictions fiables des champs RF et du SAR.

\* Auteurs correspondants : hugo.vuylsteke@imt-atlantique.net / basil.harkat@imt-atlantique.net | Encadrants : Adrien Merlini & Clément Henry

(2) La théorie de Mie fournit la solution analytique du champ électromagnétique diffusé par une sphère homogène illuminée par une onde plane. Elle permet d'obtenir un champ de référence exact pour valider numériquement les méthodes intégrales.

(3) Le « staircasing » désigne l'erreur géométrique introduite lorsqu'une interface courbe est approximée par des voxels cartésiens.

## MÉTHODES

La méthodologie s'organise en trois étapes :

**Étape 1 — Cas canonique (onde plane, sphère homogène ou bicouche).** Une sphère (mono- ou multicouche) est illuminée par une onde plane, et les champs calculés avec MARIE (VIE voxelisée) et avec la VIE tétraédrique sont comparés à une solution analytique obtenue par expansion en harmoniques sphériques (généralisation de la théorie de Mie). Pour les deux discrétisations, nous comparons des erreurs globale et locale (champ total et champ diffusé), le nombre d'itérations des solveurs itératifs (BiCGSTAB/GMRES) et les temps d'assemblage et de résolution, au fur et à mesure que le nombre d'inconnues augmente. Des cartes d'erreur locale sont utilisées pour visualiser les zones de plus forte erreur, en particulier au voisinage des interfaces air/sphère.

**Étape 2 — Excitation de type bobine d'IRM.** Au-delà de l'onde plane, nous introduirons une excitation plus réaliste en champ proche, obtenue à partir d'un modèle simplifié d'antenne (distribution de courant imposée ou source magnétique équivalente). Cette excitation servira principalement à tester la sensibilité des deux discrétisations aux non-uniformités du champ incident : nous répéterons l'analyse {erreur, stabilité, coûts} dans ce contexte. Cette étape permet déjà de s'approcher des conditions rencontrées en IRM tout en restant compatible avec le temps disponible.

**Étape 3 — (si le temps le permet) Vers un couplage surface-volume explicite.** Si l'avancement le permet, une extension naturelle consistera à remplacer le modèle d'antenne simplifié par une résolution conjointe du problème bobine-tête via un système couplé SIE-VIE. Dans ce cas, la bobine serait modélisée par une équation intégrale de surface (SIE) avec bases de Rao-Wilton-Glisson (RWG), couplée à la VIE (voxels ou tétraèdres) de la tête. Le système bloc à résoudre serait alors :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{VIE} & \mathbf{Z}_{VS} \\ \mathbf{Z}_{SV} & \mathbf{Z}_{SIE} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_V \\ \mathbf{x}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_V \\ \mathbf{b}_S \end{bmatrix}, \quad (1)$$

où  $\mathbf{Z}_{VIE}$  et  $\mathbf{Z}_{SIE}$  proviennent des formulations volumiques et surfaciques, et  $\mathbf{Z}_{VS}$ ,  $\mathbf{Z}_{SV}$  décrivent le couplage. Cette étape constitue une perspective réaliste mais non prioritaire.

**Formulation VIE (D-VIE, bases SWG).** Nous utilisons une formulation volumique en  $\mathbf{D}$  (D-VIE), dans laquelle la polarisation volumique inconnue  $\mathbf{P}$  est développée sur des fonctions de base de Schaubert-Wilton-Glisson (SWG) à divergence conforme définies sur les tétraèdres. Cela garantit la continuité de la composante normale de la densité de flux électrique  $\mathbf{D}$  aux interfaces de tissus et se prête bien aux modèles de tête hétérogènes [3, 4]. Le schéma voxelisé repose sur des bases constantes ou linéaires par morceaux sur une grille cartésienne. Dans les deux cas, le système linéaire dense résultant est résolu de manière itérative.

## RÉSULTATS ATTENDUS

**(R1) Précision et convergence.** Comparer, pour MARIE et la VIE tétraédrique, les courbes d'erreur relative et absolue pour les champs électriques (et des grandeurs liées au SAR, par exemple  $|E|^2$ ), en fonction du nombre d'inconnues, sur le champ total et le champ diffusé. La pente en échelle log-log permettra de comparer les ordres de convergence des deux discrétisations.

**(R2) Effets de géométrie et répartition de l'erreur.** Visualiser la distribution spatiale de l'erreur via des cartes d'erreur locale, afin d'identifier les zones où l'effet de *staircasing* des voxels dégrade le plus la solution, et dans quelle mesure les tétraèdres améliorent la précision, notamment près des interfaces responsables des hot-spots de SAR.

**(R3) Comportement des solveurs et coût de calcul.** Analyser le nombre d'itérations, les temps de résolution et les temps totaux de calcul en fonction du nombre de degrés de liberté, et comparer ces courbes à des tendances théoriques en échelle log-log. Cela permettra d'identifier les régimes où l'une ou l'autre méthode offre le meilleur compromis coût/précision.

**(R4) (si le temps le permet) Couplage surface-volume et sécurité.** Démontrer la cohérence du modèle couplé SIE-VIE (distribution de champ près de l'antenne, impédances d'entrée, paramètres  $S$ ) et comparer les représentations voxelisée et tétraédrique de la tête sous une même excitation, en mettant l'accent sur les hot-spots de SAR et leurs implications pour la conception des bobines multicanaux.

## References

- [1] J.-M. Jin, *Theory and Computation of Electromagnetic Fields*. Hoboken, NJ, USA: Wiley-IEEE Press, 2010.
- [2] P. H. Pathak and R. J. Burkholder, *Electromagnetic Radiation, Scattering, and Diffraction*. Hoboken, NJ, USA: Wiley-IEEE Press, 2021.
- [3] C. Henry, *Volume Integral Equation Methods for Forward and Inverse Bioelectromagnetic Problems*. Ph.D. dissertation, Politecnico di Torino, Torino, Italy, Jun. 3, 2021.
- [4] I. P. Georgakis, I. I. Giannakopoulos, M. S. Litsarev, and A. G. Polimeridis, "A fast volume integral equation solver with linear basis functions for the accurate computation of EM fields in MRI," *IEEE Trans. Antennas Propag.*, vol. 69, no. 7, pp. 4020–4032, Jul. 2021.
- [5] J. F. Villena, A. G. Polimeridis, L. L. Wald, E. Adalsteinsson, J. K. White, and L. Daniel, "MARIE: A MATLAB-based open-source suite for fast electromagnetic analysis of MRI systems," in *Proc. ISMRM*, 2015, p. 709.
- [6] A. G. Polimeridis *et al.*, "MARIE (Magnetic Resonance Integral Equation suite)," GitHub repository, 2015–. [Online]. Available: <https://github.com/thanospol/MARIE>