

Physique & Applications Quantiques

2023 - 2024

Présentation Générale

Objectifs du cours :

- Donner les notions de base de la Physique Quantique
dualité onde-corpuscule, fonctions d'onde, ...
- Connaître les phénomènes quantiques
superposition d'états, effet tunnel, ...
- Comprendre un minimum un document / une discussion
portant sur des phénomènes à l'échelle quantique

Prérequis :

Physique ondulatoire + Algèbre linéaire

Déroulement du cours :

1 h15 de cours et 1 h15 de TD (séances de 1 h15)

Prise de notes fortement conseillée !!

Evaluations :

2 DS (1h15) les 10/11 à 15h15 et le 08/12 à 9h30

+

Mini-projet...

Mini-projet

Projets autour des applications quantiques

Objectifs :

- **Se documenter, s'appropriier et produire**

Travail personnel :

10h par binôme/trinôme

Délivrables :

- Rapport de 4 pages max (A4, police 11)
- Présentation orale : 10mn + 5mn de questions

Evaluation :

Rapport synthétique et concis, respect des formats, vision globale et maîtrise du sujet, maîtrise opérationnelle (application numérique).

Suggestions de projets :

Les inégalités de Bell , Résonance Magnétique Nucléaire, Le processeur Sycamore de google IA , Tomographie par émission de positons, Cryptographie Quantique, Le MASER, Le Microscope par Effet Tunnel, Horloge atomique, Capteurs TMR, Mémoire MRAM, Microscopie TEM, STM, les Lasers, Effet Zeeman en astronomie, Spectroscopie RMN, Condensat de Bose-Einstein, Évolution des LED, Spectroscopie Raman, Microscopie à centre NV ...

Présentation Générale

Le plus du cours:

3 conférences de spécialistes et orientées applications

6/10 : Le Gravimètre Quantique (Philippe BOUYER)

~~10/11 : Les Simulateurs Quantiques (Antoine BROWAEYS)~~

24/11 : Les Ordinateurs Quantiques (Boris BOURDONCLE)

1/12 : Cryptographie Quantique (Romain ALLEAUME)

Bibliographie, non exhaustive

Quantum Mechanics: Concepts and Applications (2009), 2nd Edition, N. Zettili, Ed. Wiley

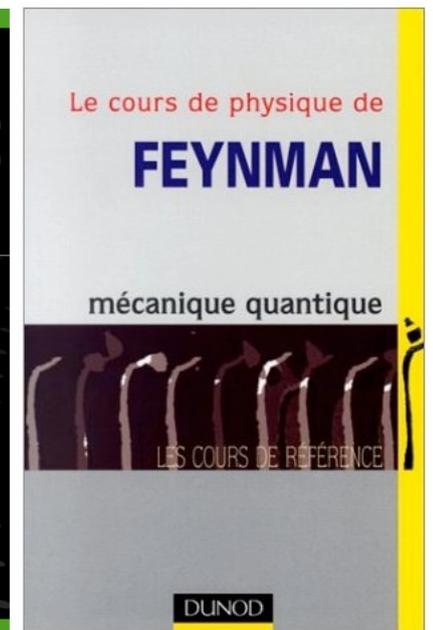
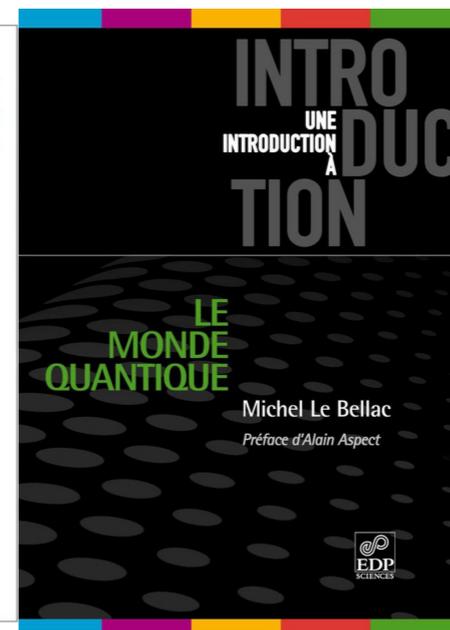
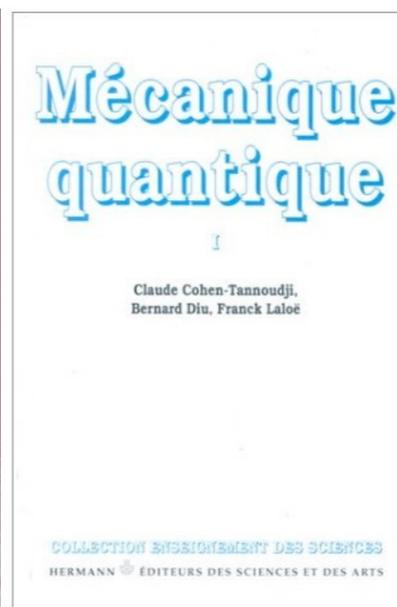
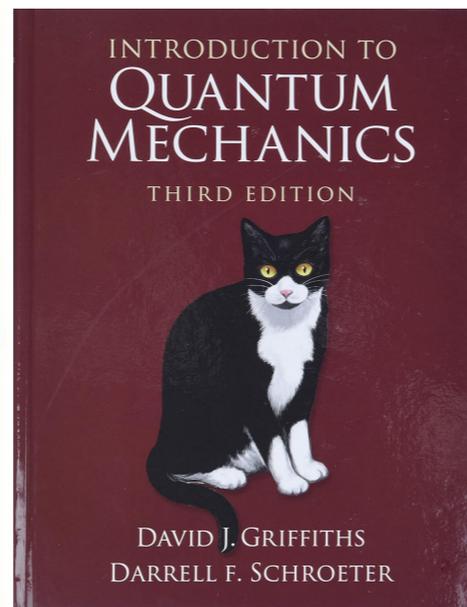
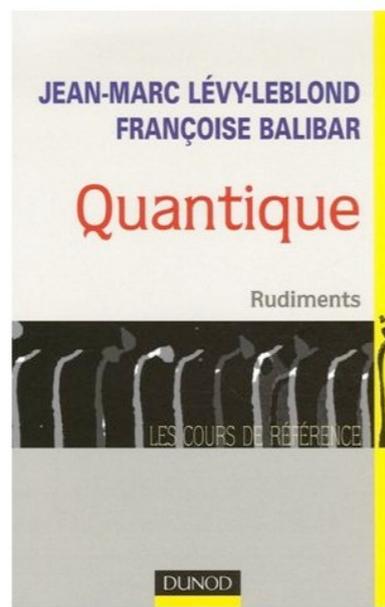
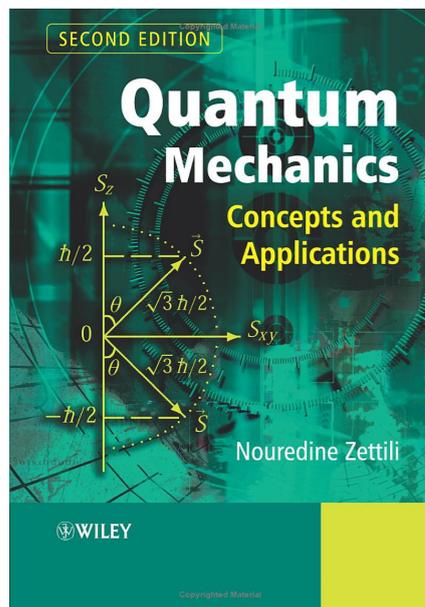
Quantique, Rudiments (2006), J.-M. Levy-Leblond et F. Balibar, Ed. Dunod

Introduction to Quantum Mechanics (2018), 3rd Edition, D. Griffiths and D. F. Schroeter, Ed. Cambridge University Press

Mécanique Quantique, tomes I & II (1997), C. Cohen-Tannoudji, B. Diu et F. Laloë, Ed. Hermann

Le Monde quantique (2012), M. Le Bellac, Ed. EDP Sciences

Le Cours de Physique de Feynman, tome 3 : Mécanique Quantique (2003), R. P. Feynman, Ed. Dunod



Chapitre I

Des Corpuscules & des Ondes

Rappels sur les ondes

Pourquoi ce rappel ?

Nous verrons que la physique quantique revient à décrire tout système physique à l'aide d'outils de la physique ondulatoire.

Qu'est-ce qu'une onde ?

Perturbation d'un champ : ondes de surface (vagues), ondes de pression (son), ondes électromagnétiques (lumière), etc.
Description à l'aide d'une **fonction d'onde** : $\psi(\vec{x}, t)$

Caractérisation d'une onde :

Grandeurs associées à une onde monochromatique :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pulsation : } \omega \quad (\text{rad.s}^{-1}) \\ \text{vecteur d'onde : } \vec{k} \quad (\text{rad.m}^{-1}) \\ \text{longueur d'onde : } \lambda \quad (\text{m}) \end{array} \right\} k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Amplitude : A

Onde plane : $\psi_{\omega, \vec{k}}(\vec{x}, t) = A e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{x})}$

vitesse de phase : $v_{\varphi} = \frac{\omega}{k}$ vitesse de groupe : $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

Rappels sur les ondes

Propriétés d'une onde :

Superposition : 2 ondes peuvent s'interpénétrer sans se modifier.
L'onde résultante est la somme de ces 2 ondes.

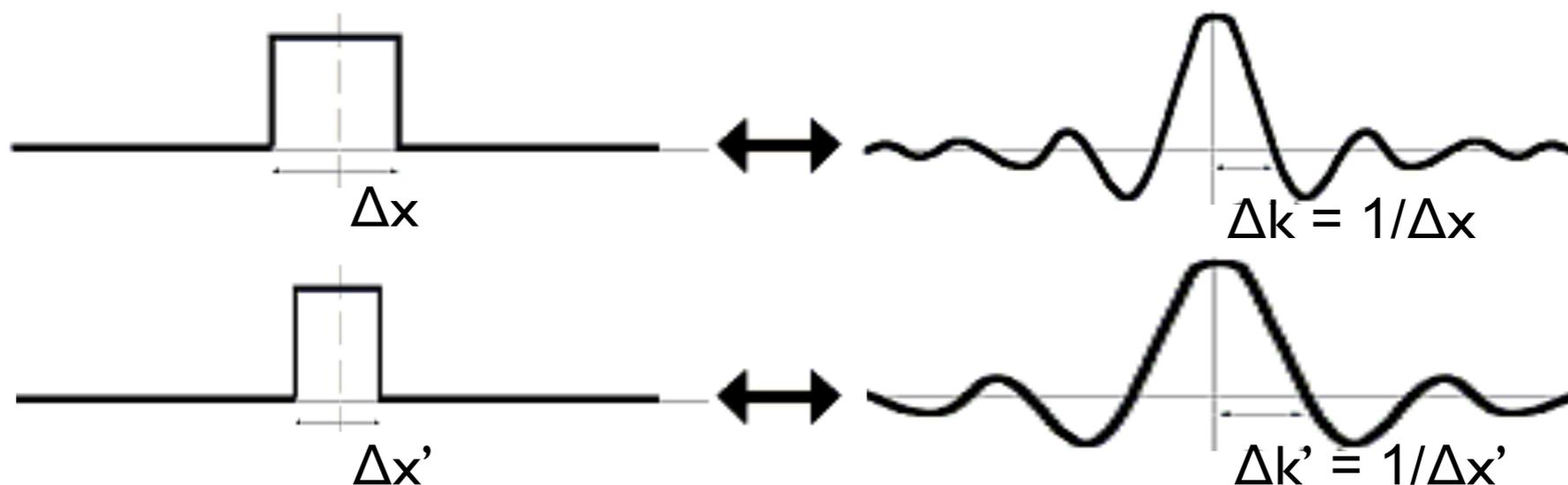
Ex : décomposition en ondes planes

$$\psi(\vec{x}, t) = \int_{\vec{k}} A_{\vec{k}} e^{-i(\omega_{\vec{k}} t - \vec{k} \cdot \vec{x})} d\vec{k}$$

$A_{\vec{k}} e^{-i\omega_{\vec{k}} t}$ coefficients de Fourier

représentation dans l'espace réciproque :

$$\psi(\vec{k}, t) = \int_{\vec{x}} A_{\vec{x}} e^{i(\omega_{\vec{k}} t - \vec{k} \cdot \vec{x})} d\vec{x}$$



Rappels sur les ondes

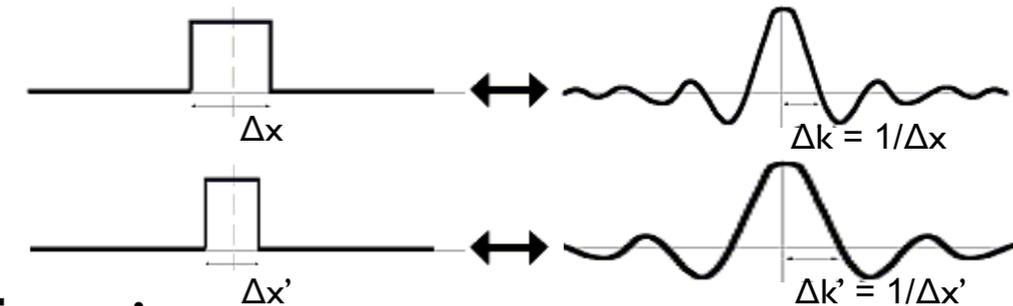
Propriétés d'une onde :

Superposition : 2 ondes peuvent s'interpénétrer sans se modifier.
L'onde résultante est la somme de ces 2 ondes.

Ex : décomposition en ondes planes

$$\psi(\vec{x}, t) = \int_{\vec{k}} A_{\vec{k}} e^{-i(\omega_{\vec{k}} t - \vec{k} \cdot \vec{x})} d\vec{k}$$

$A_{\vec{k}} e^{-i\omega_{\vec{k}} t}$ coefficients de Fourier



représentation dans l'espace réciproque :

$$\psi(\vec{k}, t) = \int_{\vec{x}} A_{\vec{x}} e^{i(\omega_{\vec{k}} t - \vec{k} \cdot \vec{x})} d\vec{x}$$

Intensité :

$$I(\vec{x}, t) = |\psi(\vec{x}, t)|^2 \quad \text{Ex : } I_{lum}(\vec{x}, t) = |\vec{E}(\vec{x}, t)|^2$$

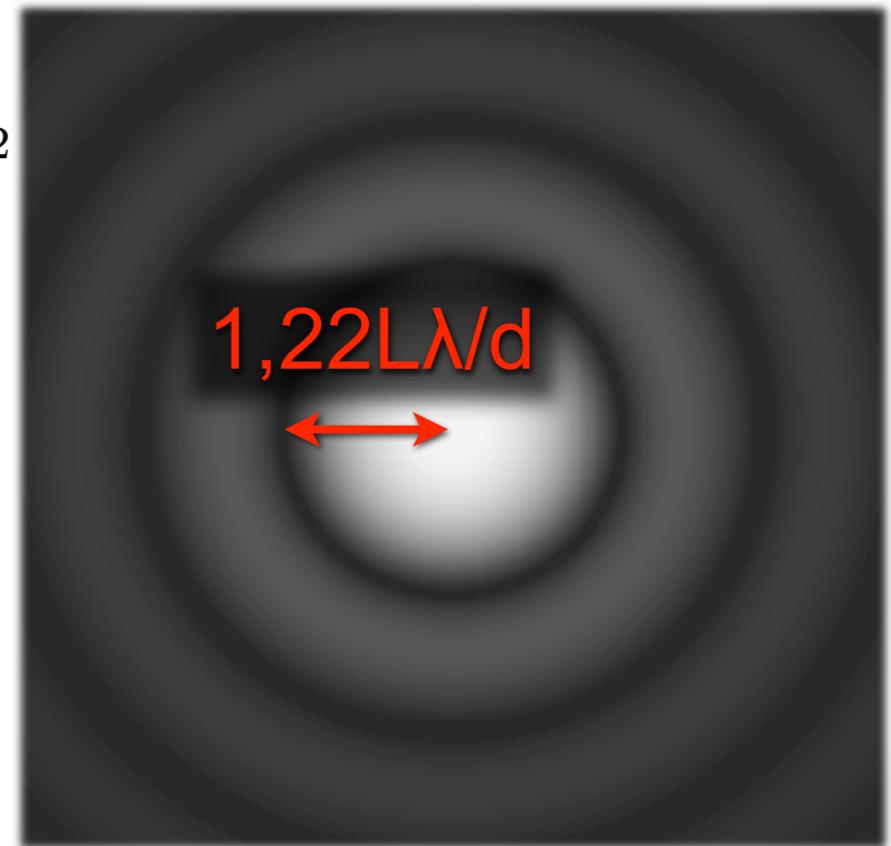
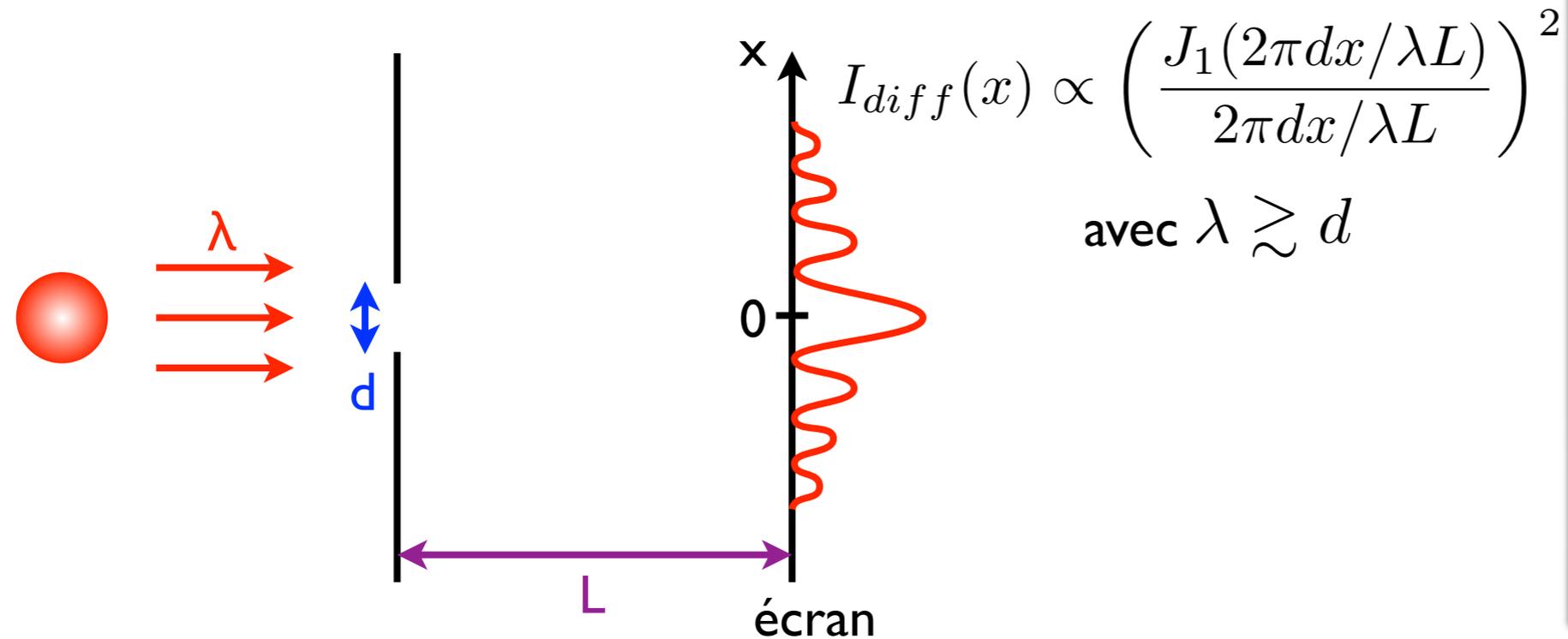
ne pas confondre avec l'amplitude

Superposition d'ondes \Rightarrow Phénomène d'interférences

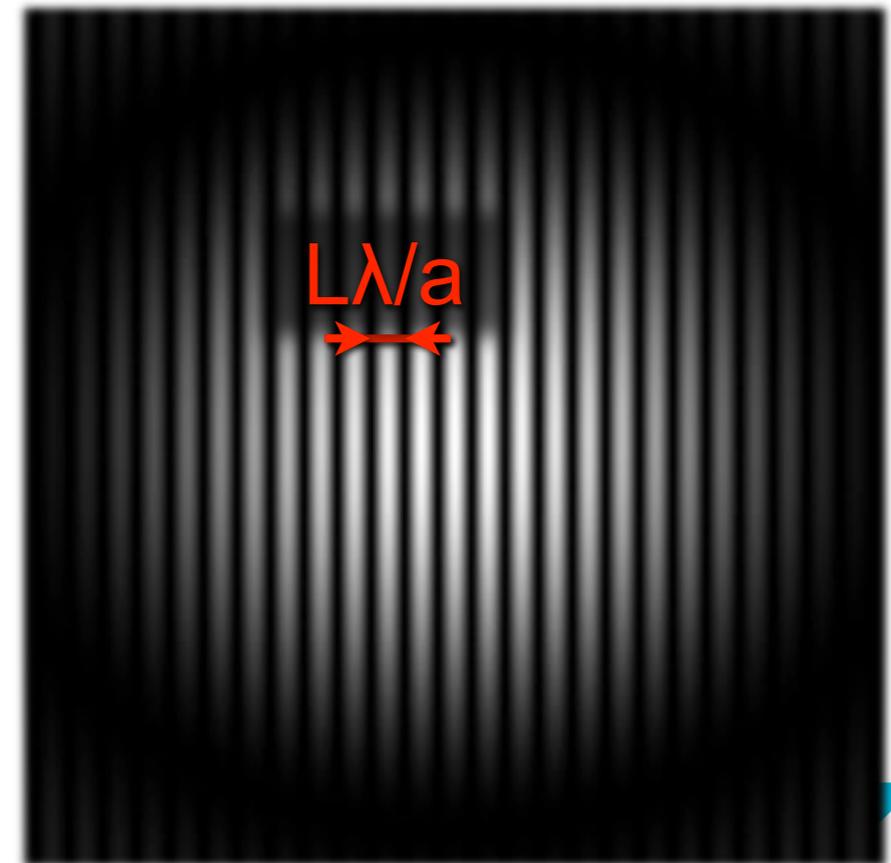
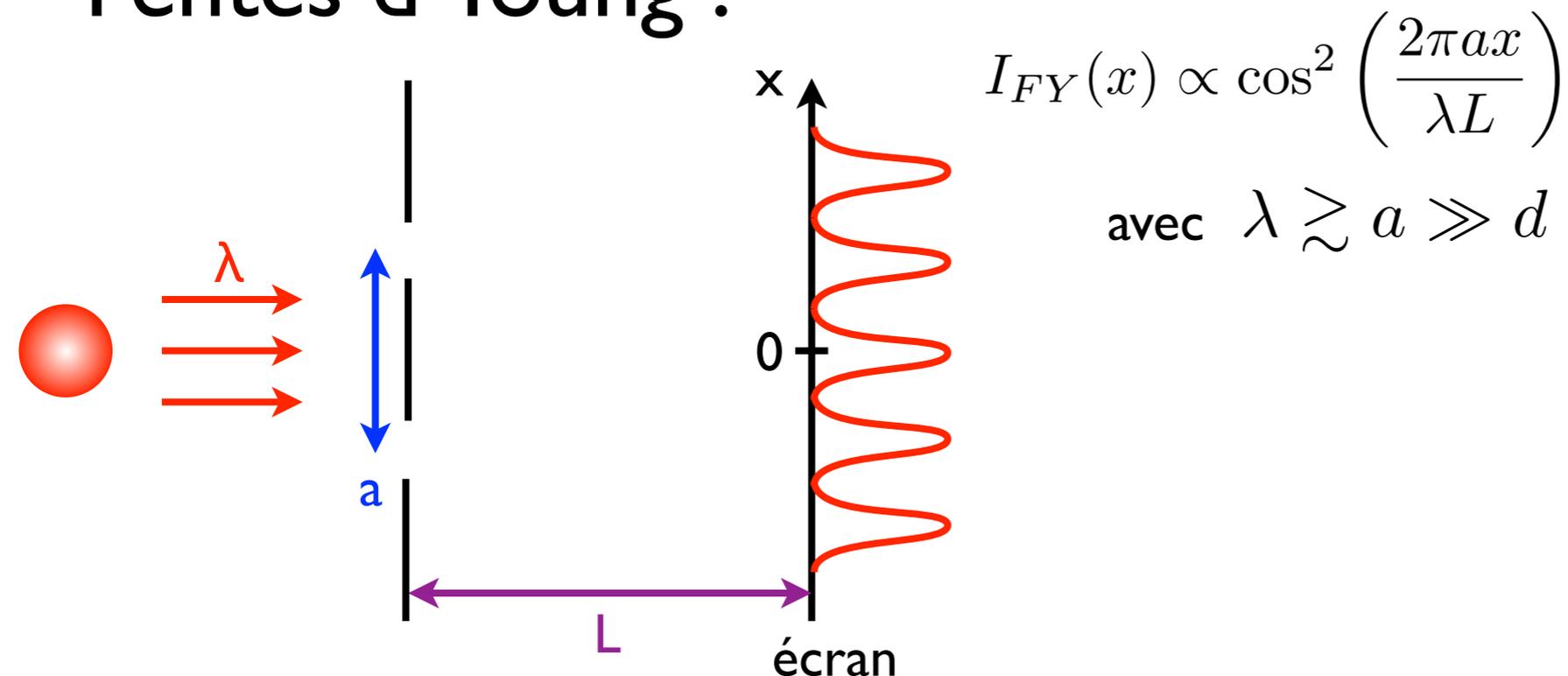
$$I_{12} \propto |\psi_1 + \psi_2|^2 = I_1 + I_2 + 2\text{Re}(\psi_1^* \psi_2)$$

Diffraction & Fentes d'Young

Diffraction de la lumière :



Fentes d'Young :



Onde ou Corpuscule ?

Différence Onde/Corpuscule :

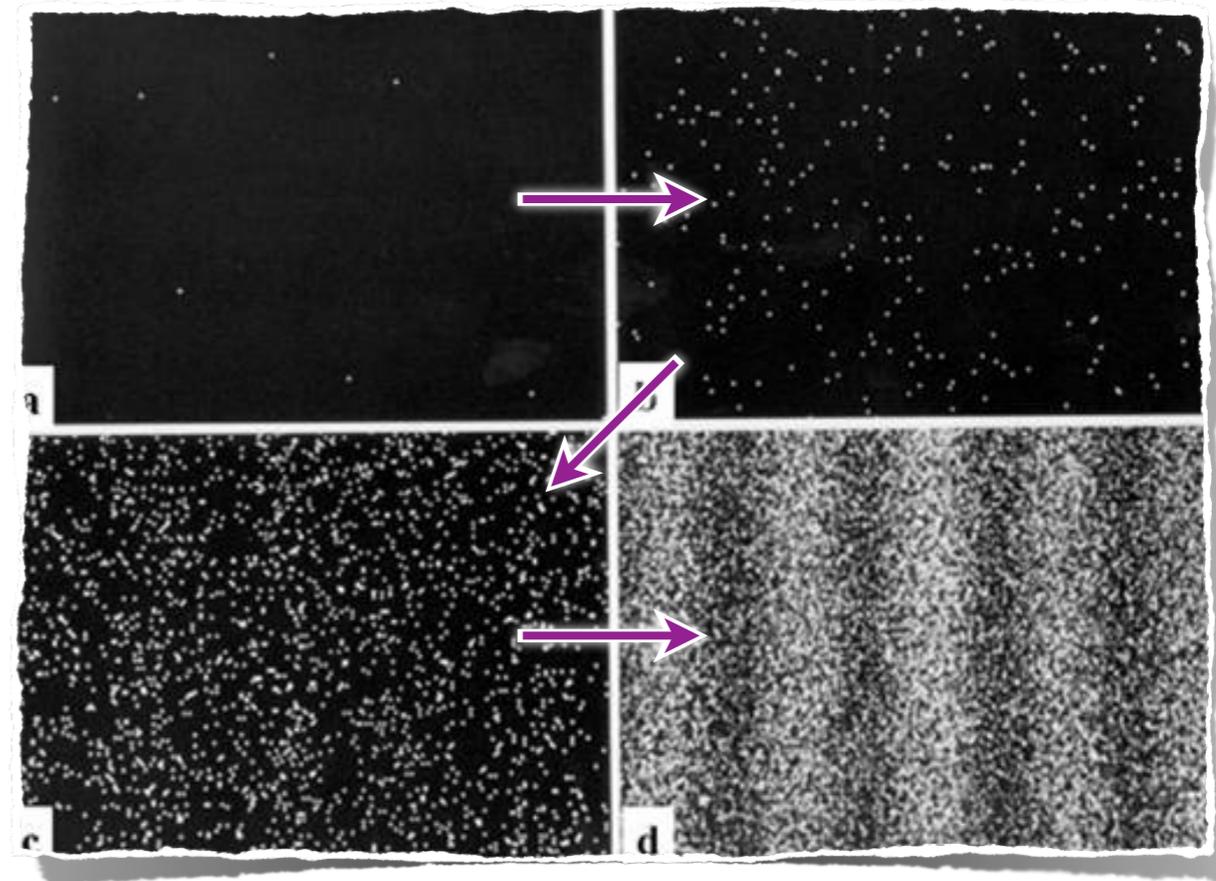
Corpuscule : très localisé dans l'espace

Onde : a priori non localisée

Expérience des Fentes d'Young :

Lumière : $\lambda \gtrsim a \gg d$
très faible flux

Evolution de l'intensité sur l'écran



⇒ Lumière composée de corpuscules (photons) dont le comportement aléatoire est décrit statistiquement par une onde.

NB : *très faible flux* = pas de « collisions » entre photons

Même expérience avec des électrons : (1^{ère} expérience menée en 1961)

Energie cinétique « bien choisie » (voir un peu plus loin)

Même résultat !!!

⇒ Electrons : corpuscules dont le comportement aléatoire est décrit statistiquement par une onde.

Dualité Onde-Corpuscule

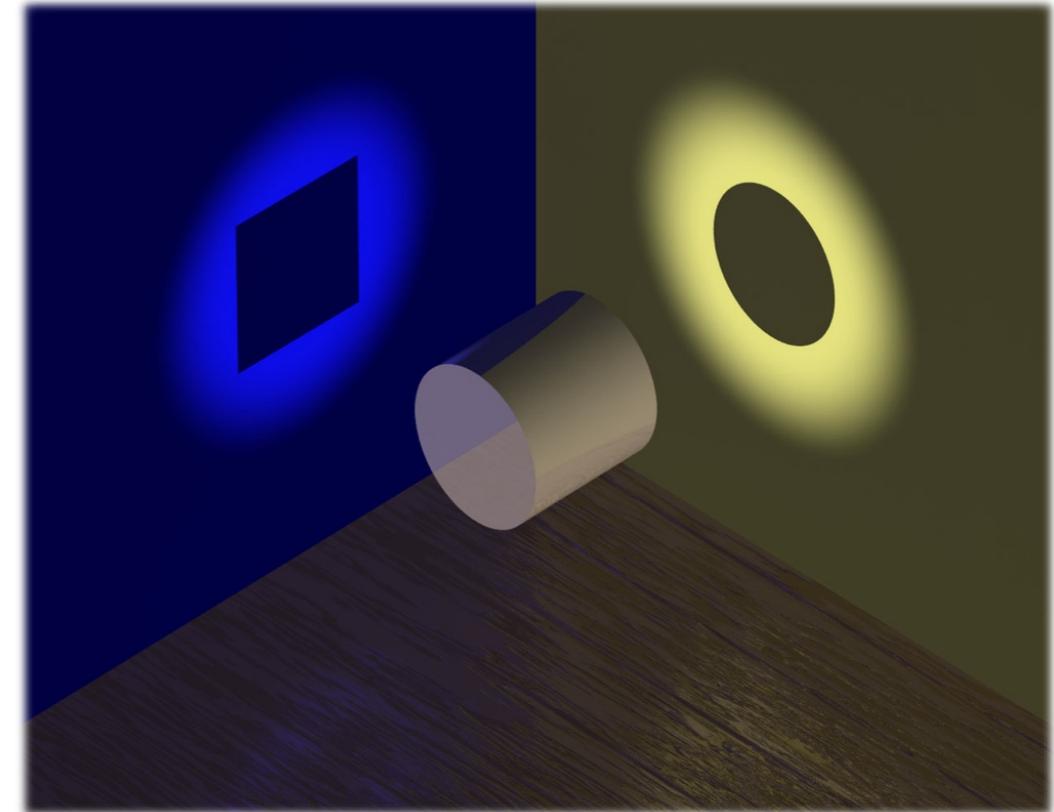
Tout objet physique (lumière ou matière) semble se comporter à la fois comme des corpuscules et comme des ondes :
2 facettes d'un même objet.

C'est la **dualité Onde-Corpuscule**

Dans l'expérience des Fentes d'Young :

Aspect corpusculaire = position sur écran
(résultat de la mesure)

Aspect ondulatoire = intensité
(probabilité d'un résultat)



En physique quantique, un **quantum** est un **corpuscule** (particule) auquel est associée une **fonction d'onde** qui permet de connaître la probabilité qu'une mesure donne un résultat donné :

$$P(\vec{x}, t) = |\psi(\vec{x}, t)|^2$$

Nouveauté : **caractère intrinsèquement probabiliste de la mesure**

de Broglie et Planck

Expérience des Fentes d'Young avec des électrons :

Correspondance entre impulsion et longueur d'onde

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad : \text{Longueur d'onde de de Broglie}$$

$$h = 6,626.10^{-34} \text{ J.s} \quad : \text{Constante de Planck}$$

Pour une particule massive (non relativiste : $v \ll c$), nous avons : $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}}$

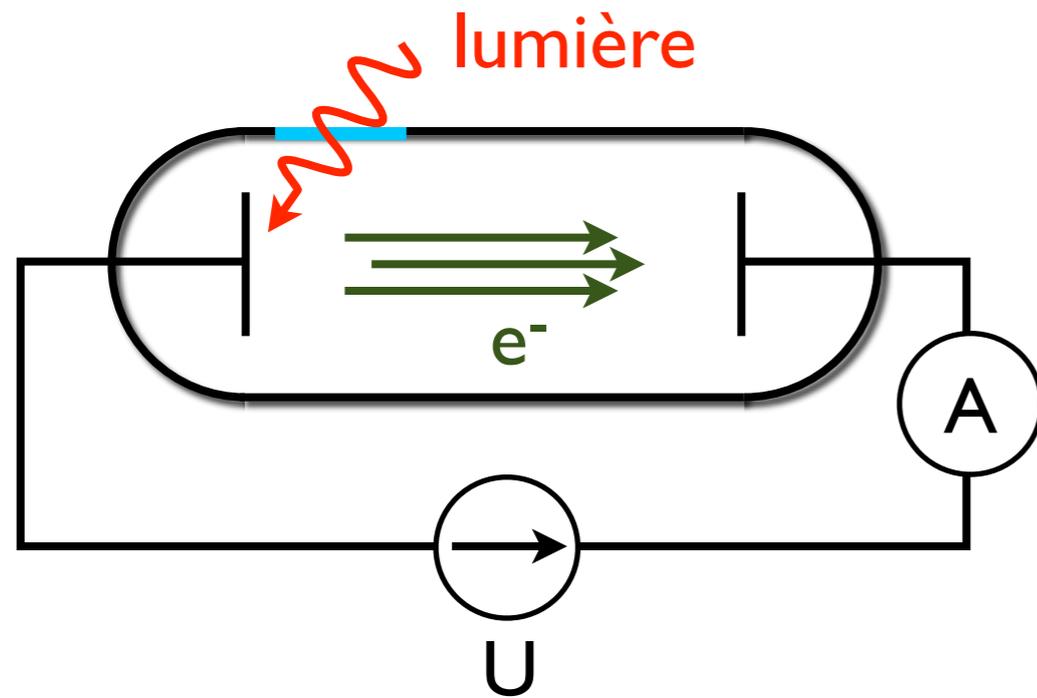
Pour une particule non-massive (photon), la relativité restreinte montre que :

$$E = pc \quad \Rightarrow \quad E = \frac{hc}{\lambda} \quad (\text{formule bien connue})$$

Constante de Planck (introduite en 1900 pour expliquer le spectre de corps noir)

- Etablit le lien entre aspects corpusculaire (p) et ondulatoire (λ)
- Si $h \rightarrow 0$, description classique et non quantique
- h homogène à une action : système quantique si «action» $\simeq h$
- $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \vec{p} = \hbar \vec{k}$ avec $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054.10^{-34} \text{ J.s}$

Effet Photoélectrique :



Observations :

- $I=0A$ pour de grandes longueurs d'onde peu importe le flux
- I augmente linéairement avec le flux lumineux
- I atteint une valeur de saturation quand U augmente
- il existe $U_0 < 0$ en-deçà de laquelle $I=0A$
- U_0 croît linéairement avec la fréquence de la lumière

Une description ondulatoire ne peut expliquer les observations :

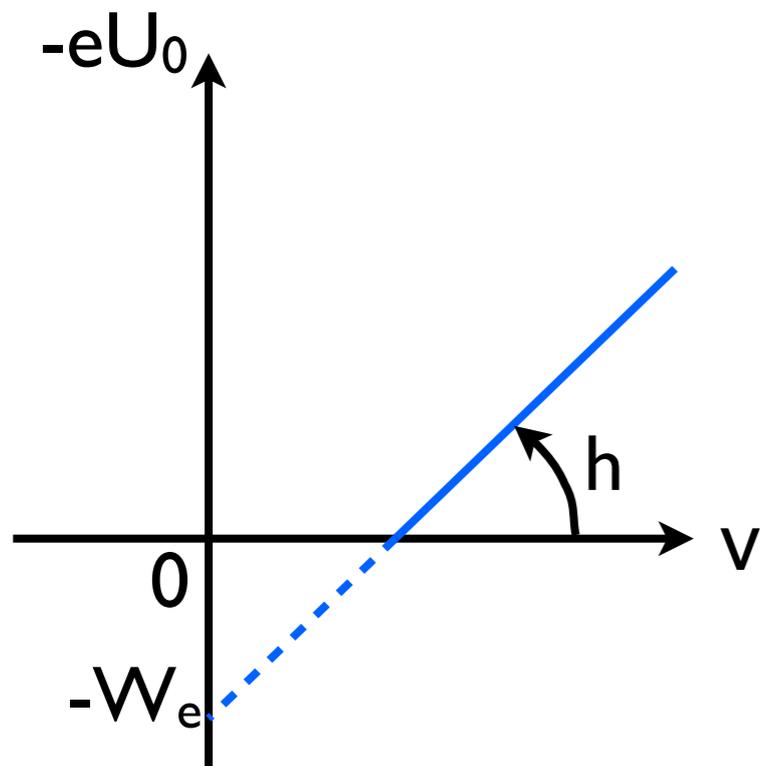
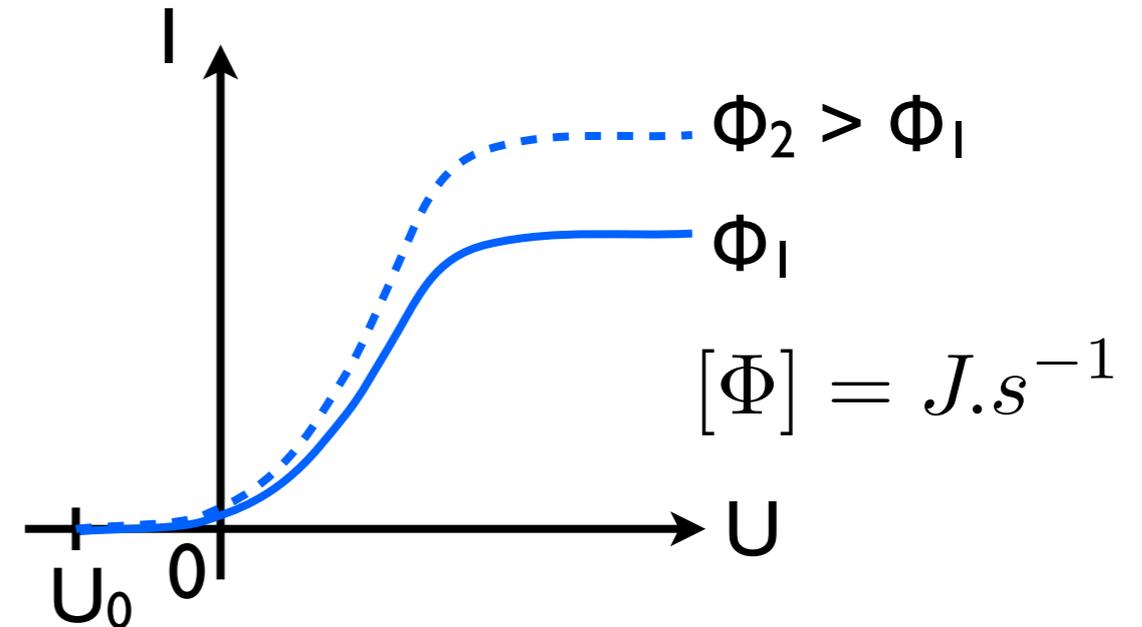
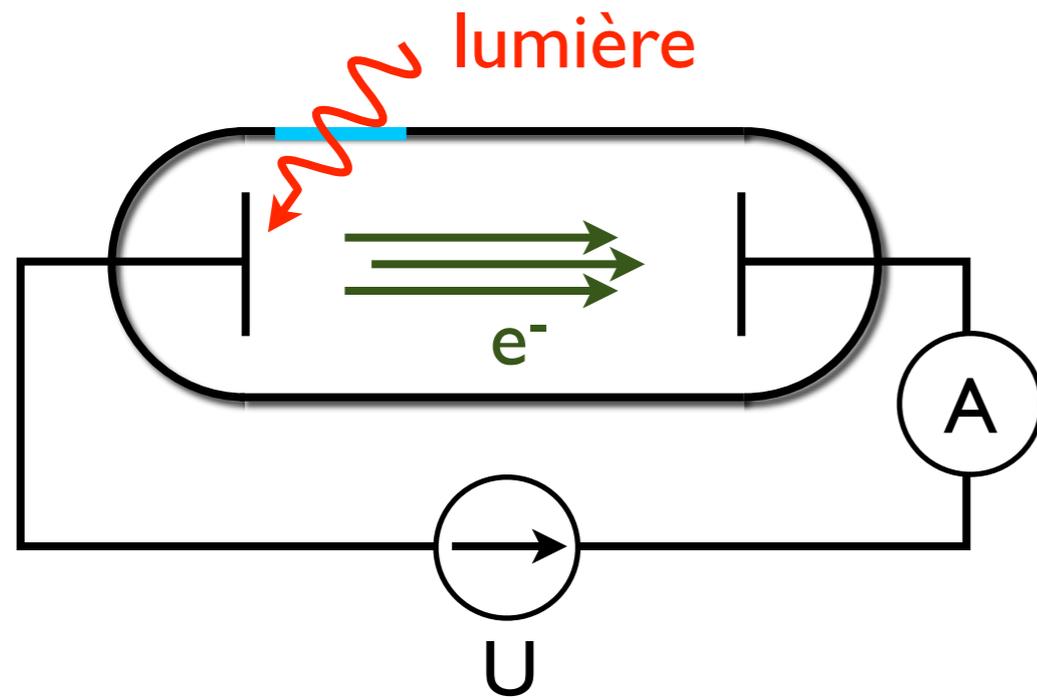
il devrait y avoir une intensité minimale qui provoque un courant quelle que soit λ .

Description corpusculaire :

photons entrent en collision avec les électrons ce qui les éjecte de la cathode.

Il faut une énergie minimale pour cela.

Effet Photoélectrique :



W_e : énergie d'extraction

Bilan énergétique à l'anode à la limite de création d'un courant :

$$E_c(\text{anode}) = E_c(\text{cathode}) + eU_0 = 0 \text{ eV}$$

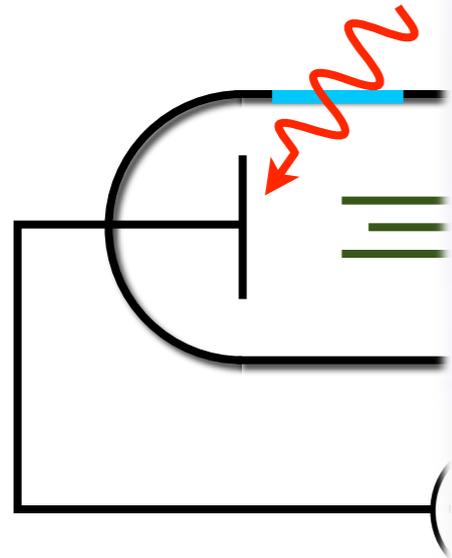
donc :

$$E_c(\text{cathode}) = -eU_0 = E_{\text{photon}} - W_e$$

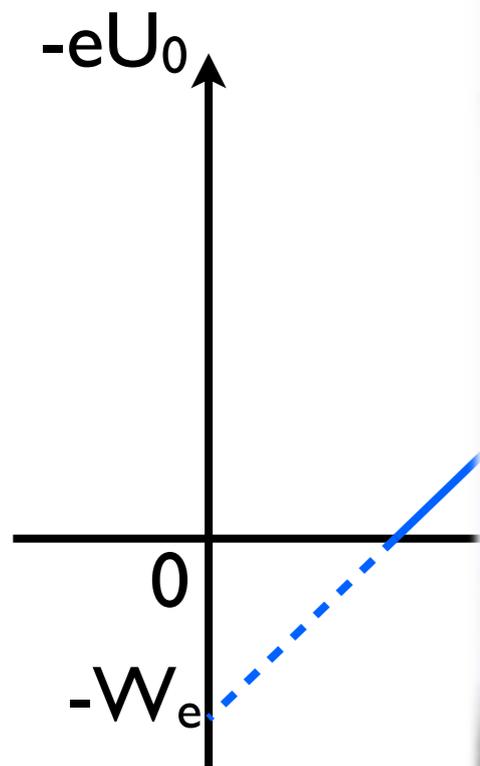
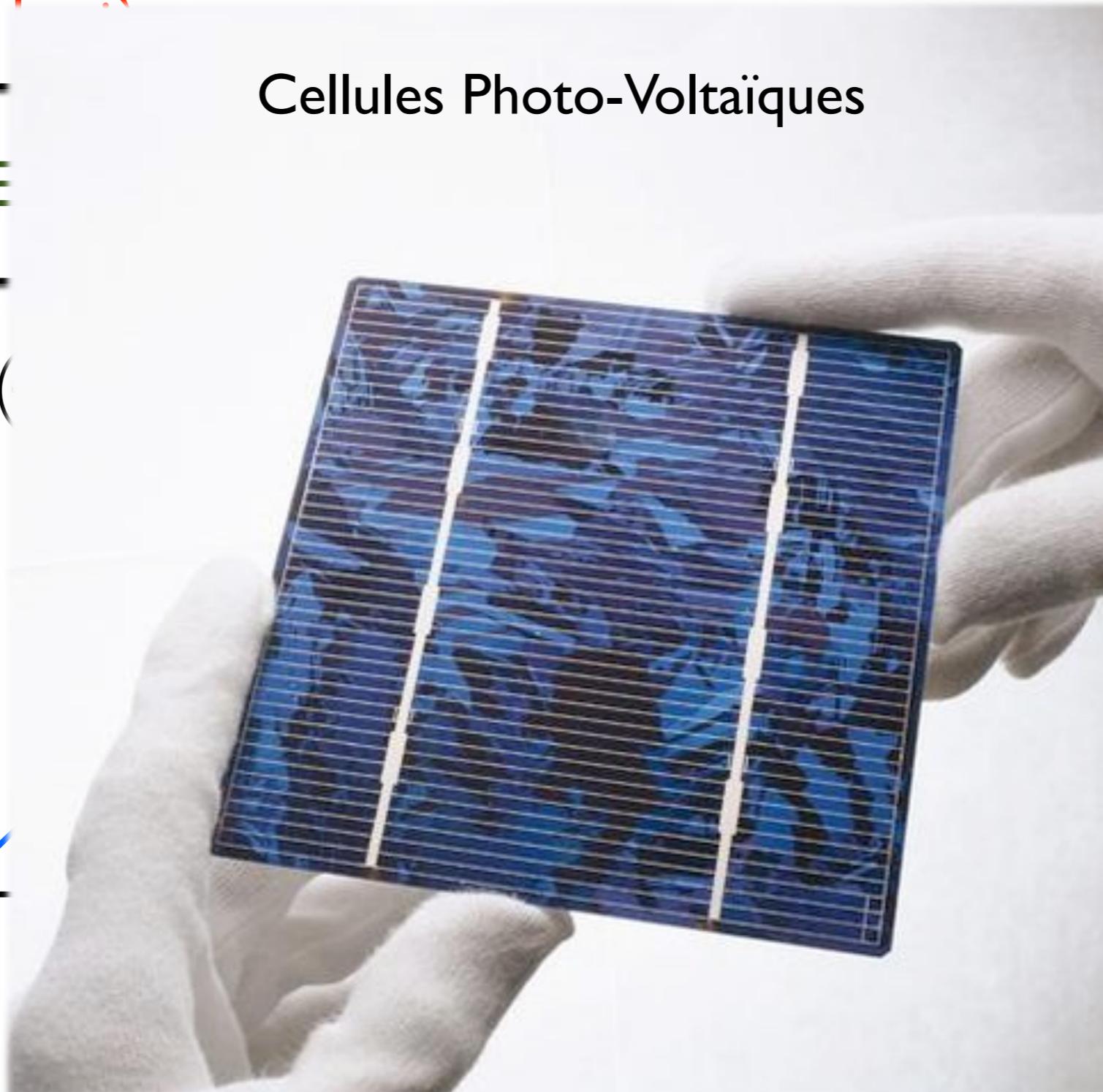
d'où, d'après les observations :

$$E_{\text{photon}} = h\nu$$

Effet Photoélectrique :



Cellules Photo-Voltaïques



$\dots \Phi_2 > \Phi_1$
 $\dots \Phi_1$
 $[\Phi] = J.s^{-1}$
 $\rightarrow U$

limite de création

$eU_0 = 0 \text{ eV}$

ton $- W_e$

ons :

W_e : énergie d'extraction

Expériences historiques

Expérience de Davisson et Germer (1926) :

Mesure de la diffusion d'électrons de 54eV sur un cristal de Nickel.

La surprise est que la distribution angulaire des électrons diffusés possède des pics de diffraction (analogues à ceux obtenus avec des rayons X)

Hypothèse de de Broglie sur la nature ondulatoire des électrons :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = 1,67\text{\AA}$$

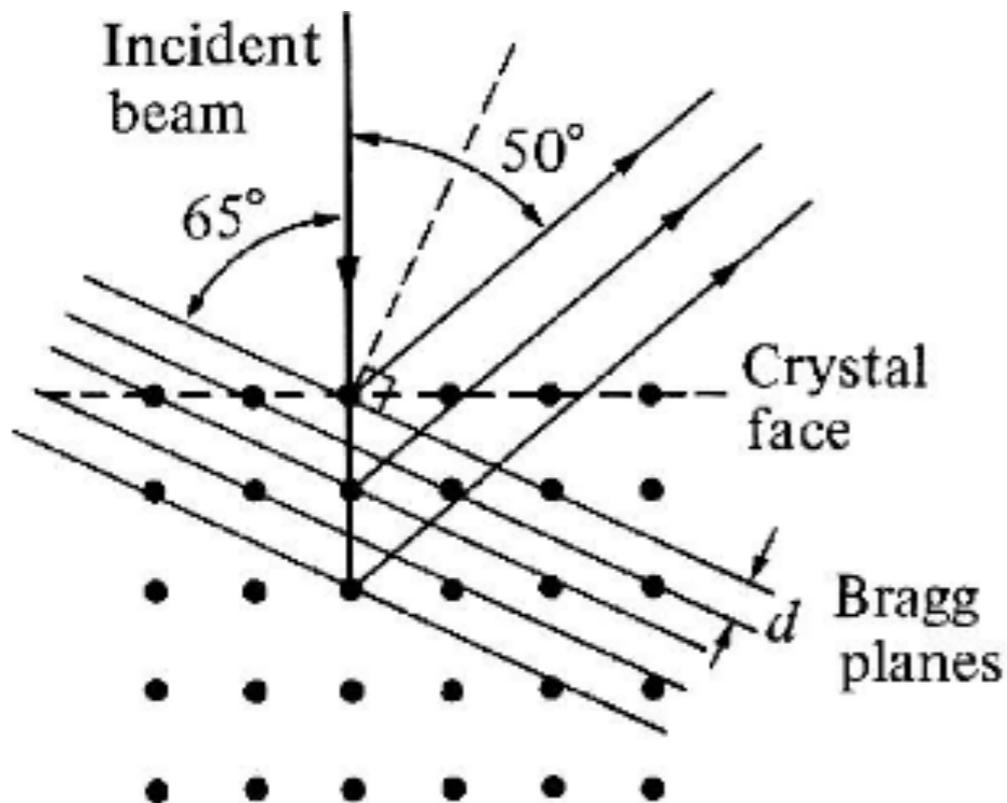
Détecteur d'électrons situé à $\theta = 50^\circ$

La loi de Bragg $\frac{1}{\lambda} = \frac{\sqrt{2meV}}{h} = \frac{n}{a \sin \theta}$

donne : $a = 2,18\text{\AA}$

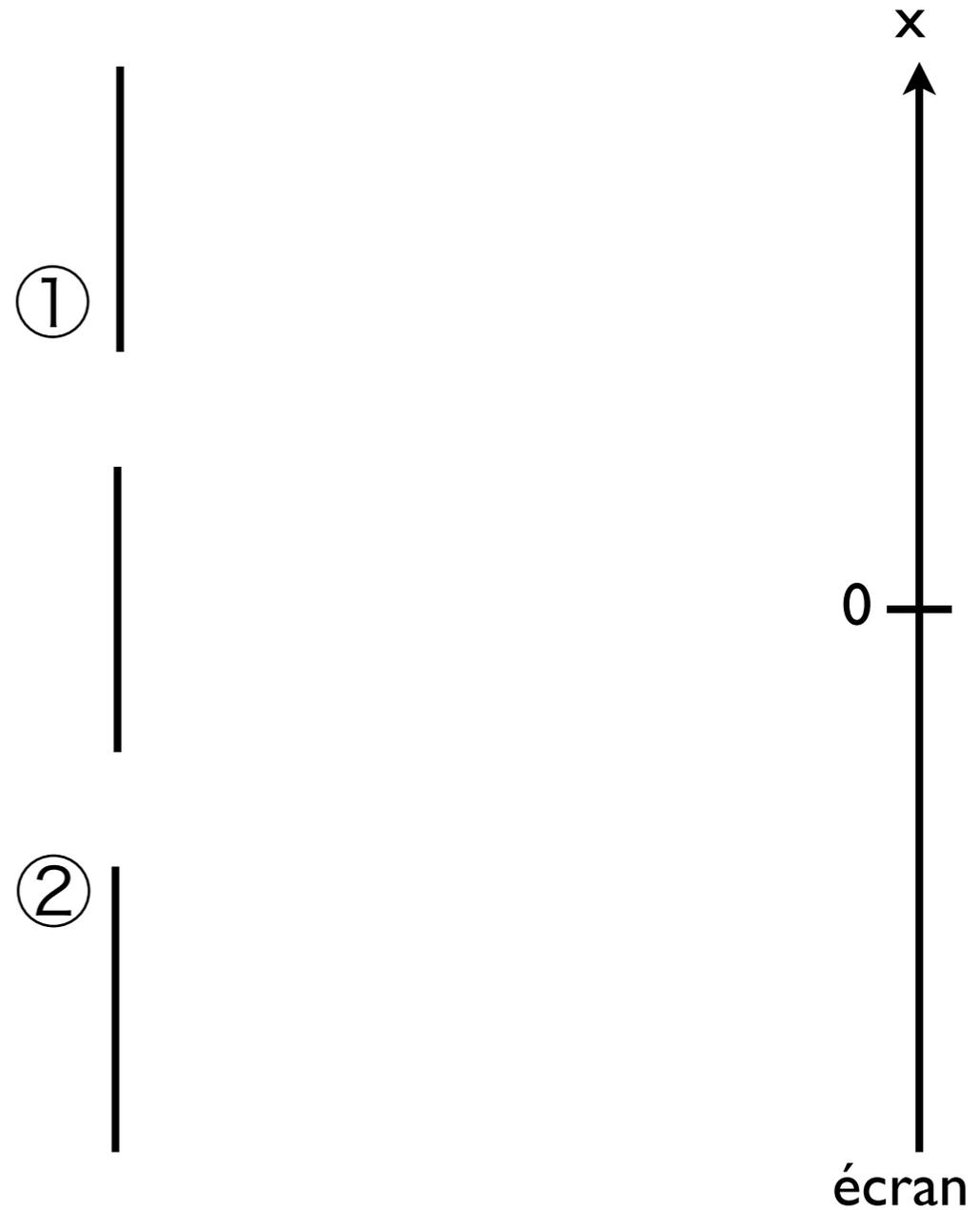
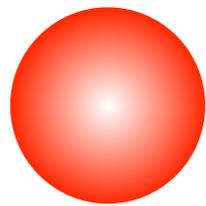
Intérêt de la microscopie électronique :
énergie équivalente pour des photons

$$E_\gamma = 7,43 \text{ keV}$$



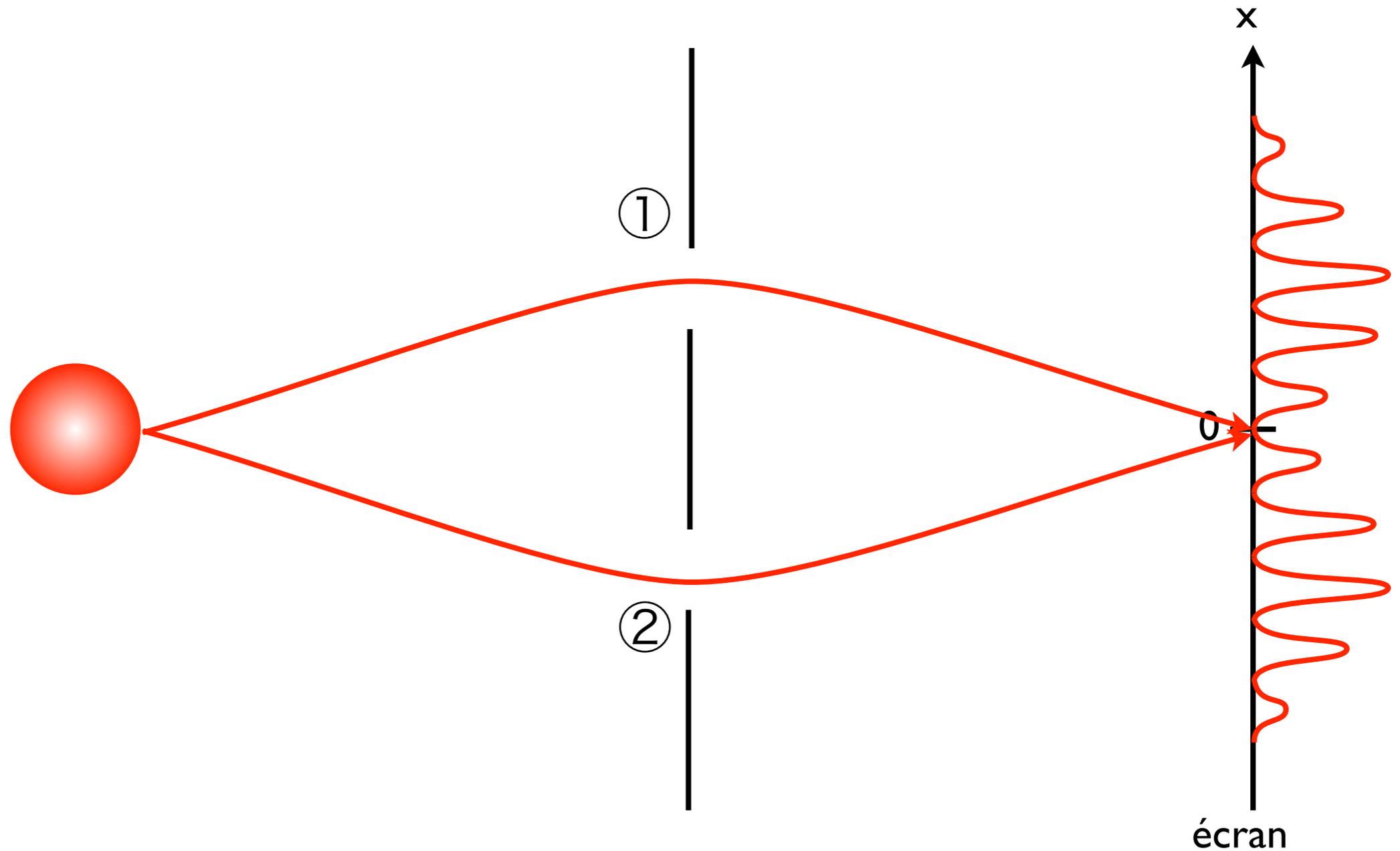
Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?



Mesure de trajectoire : facile ?

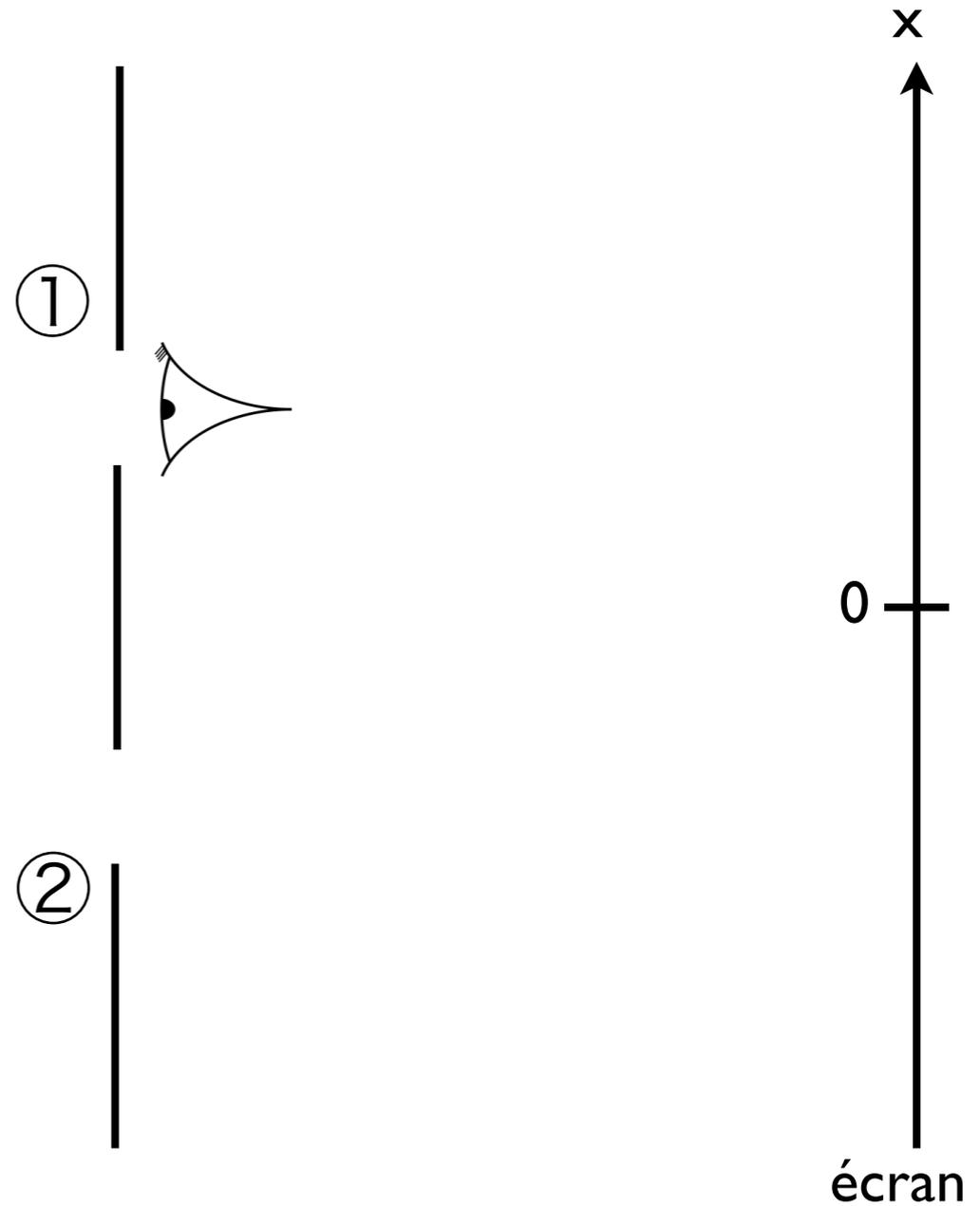
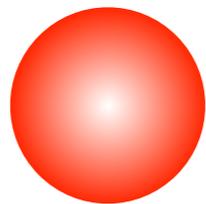
Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?



Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

I) Détecteur au niveau d'un trou

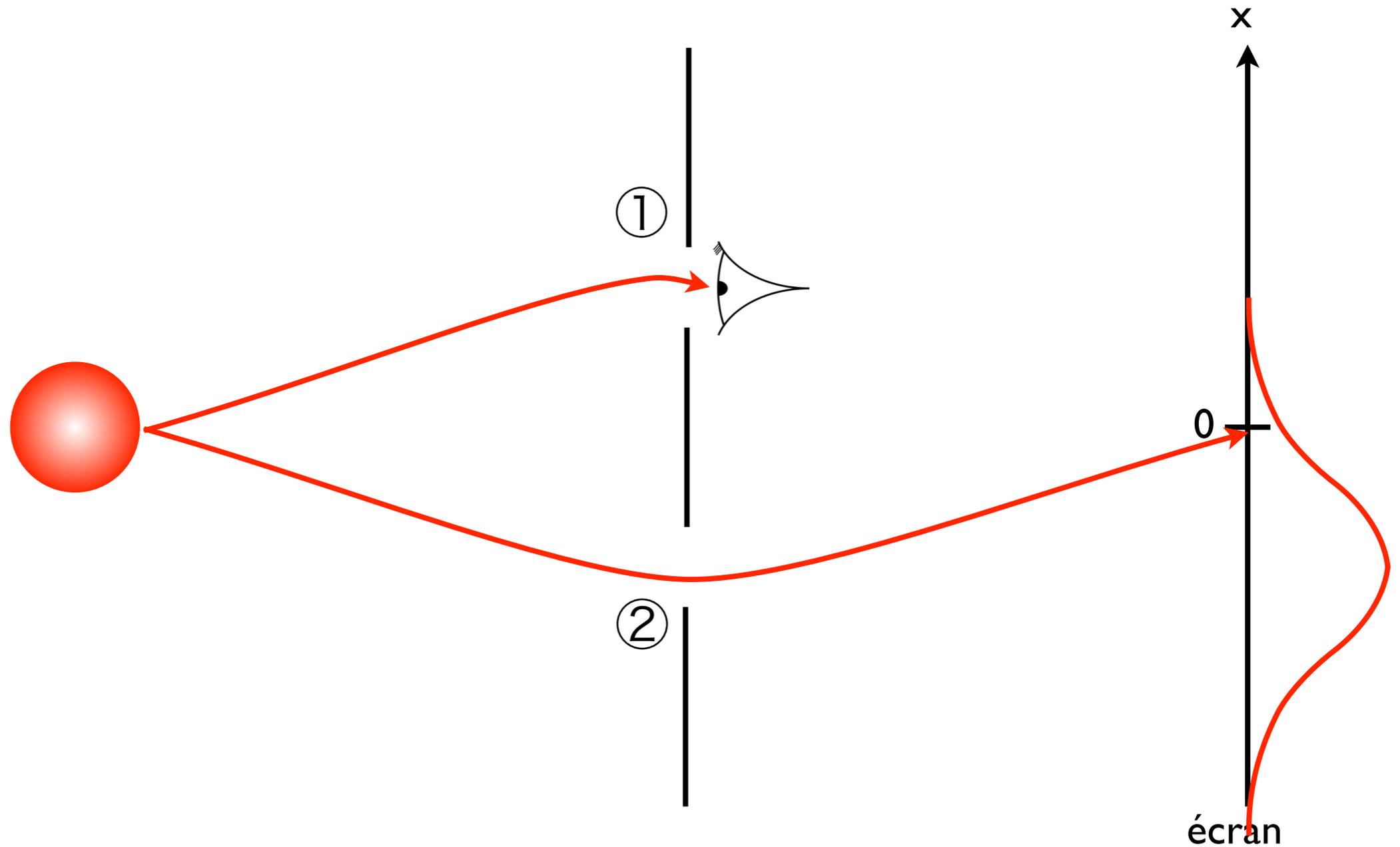


Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

~~I) Détecteur au niveau d'un trou~~

Perte d'une des 2 particules

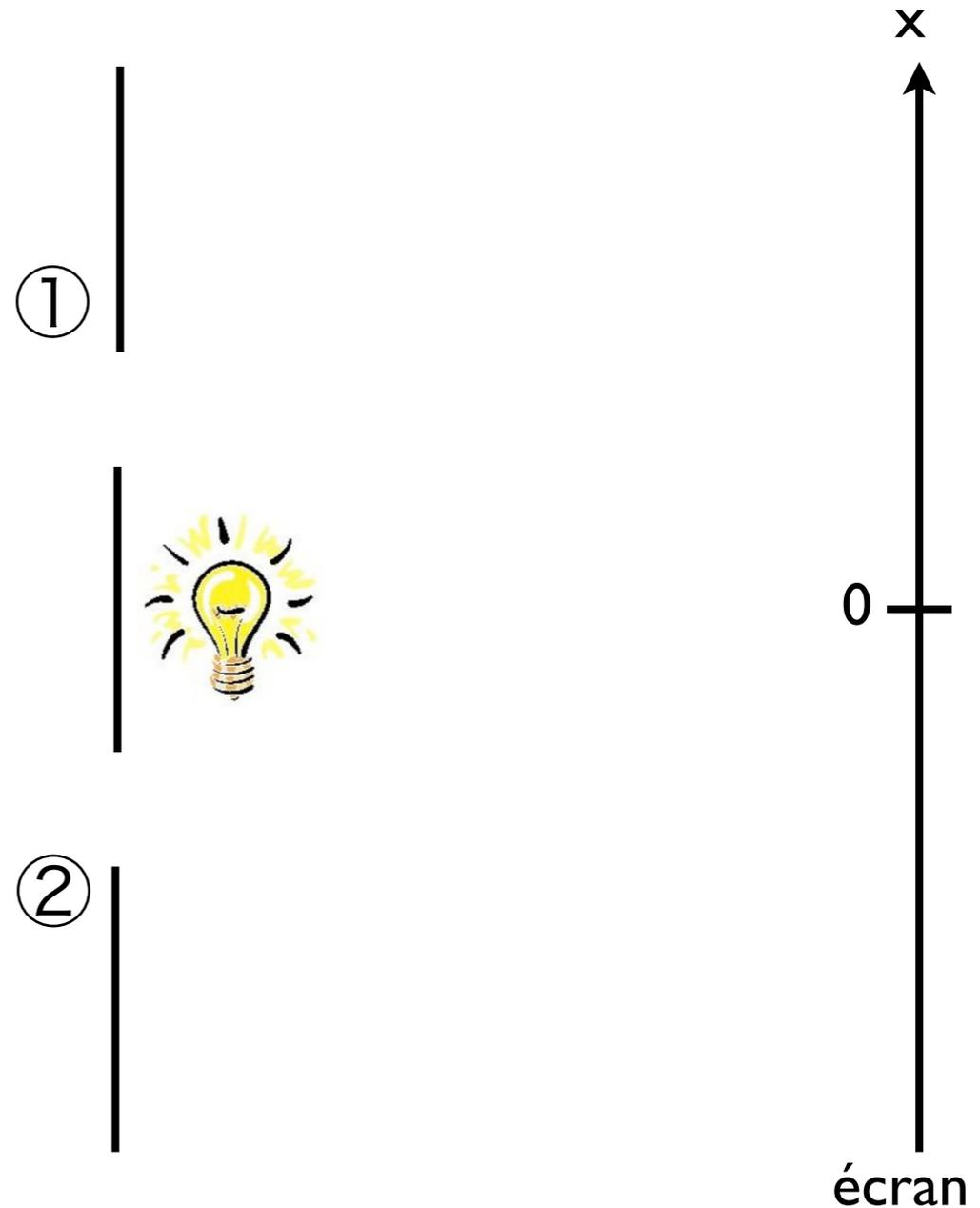
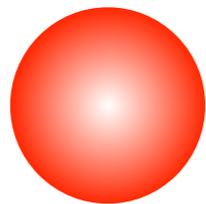


Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~

2) Eclairage intense et petit λ



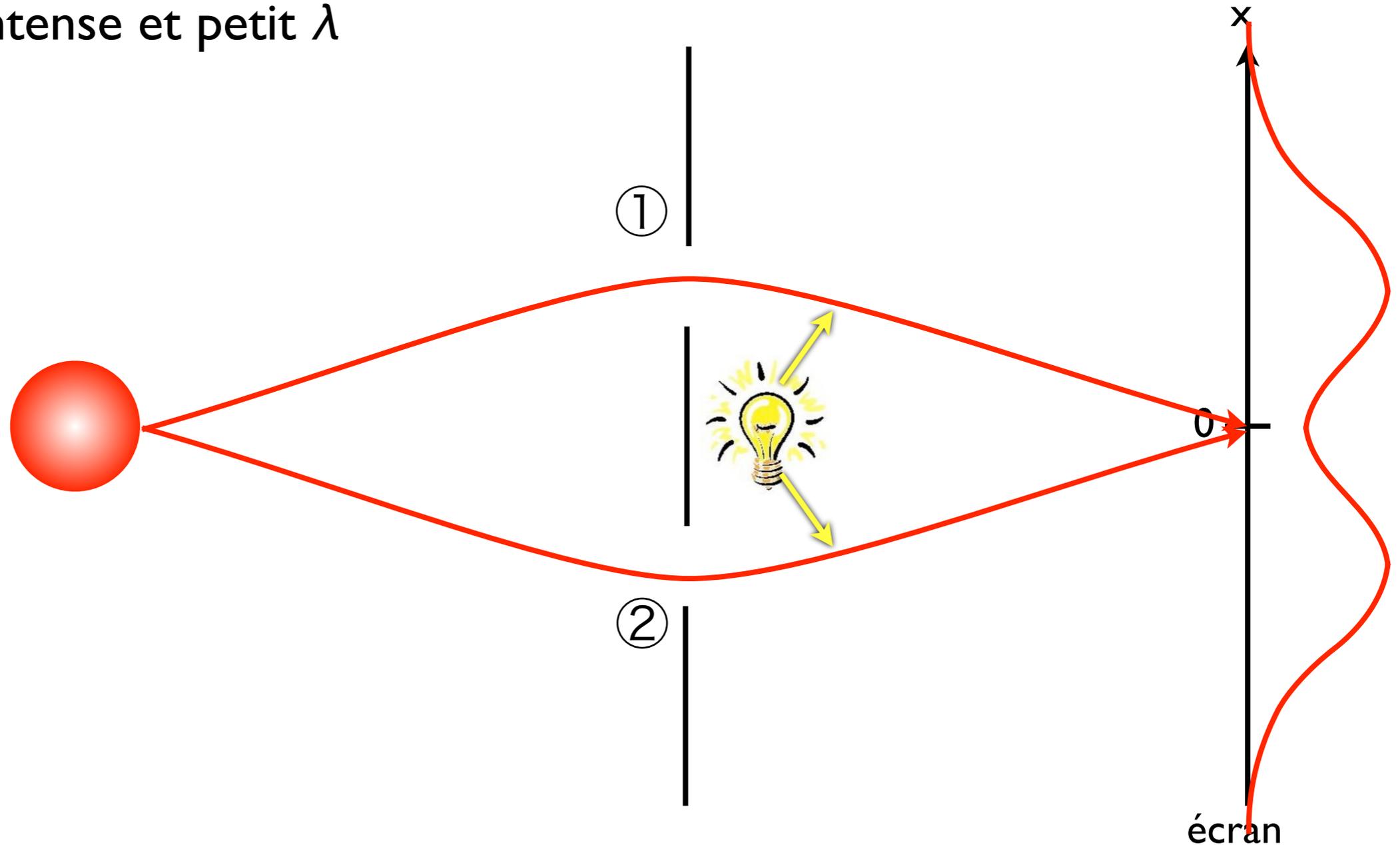
Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~

Parfaite connaissance du passage

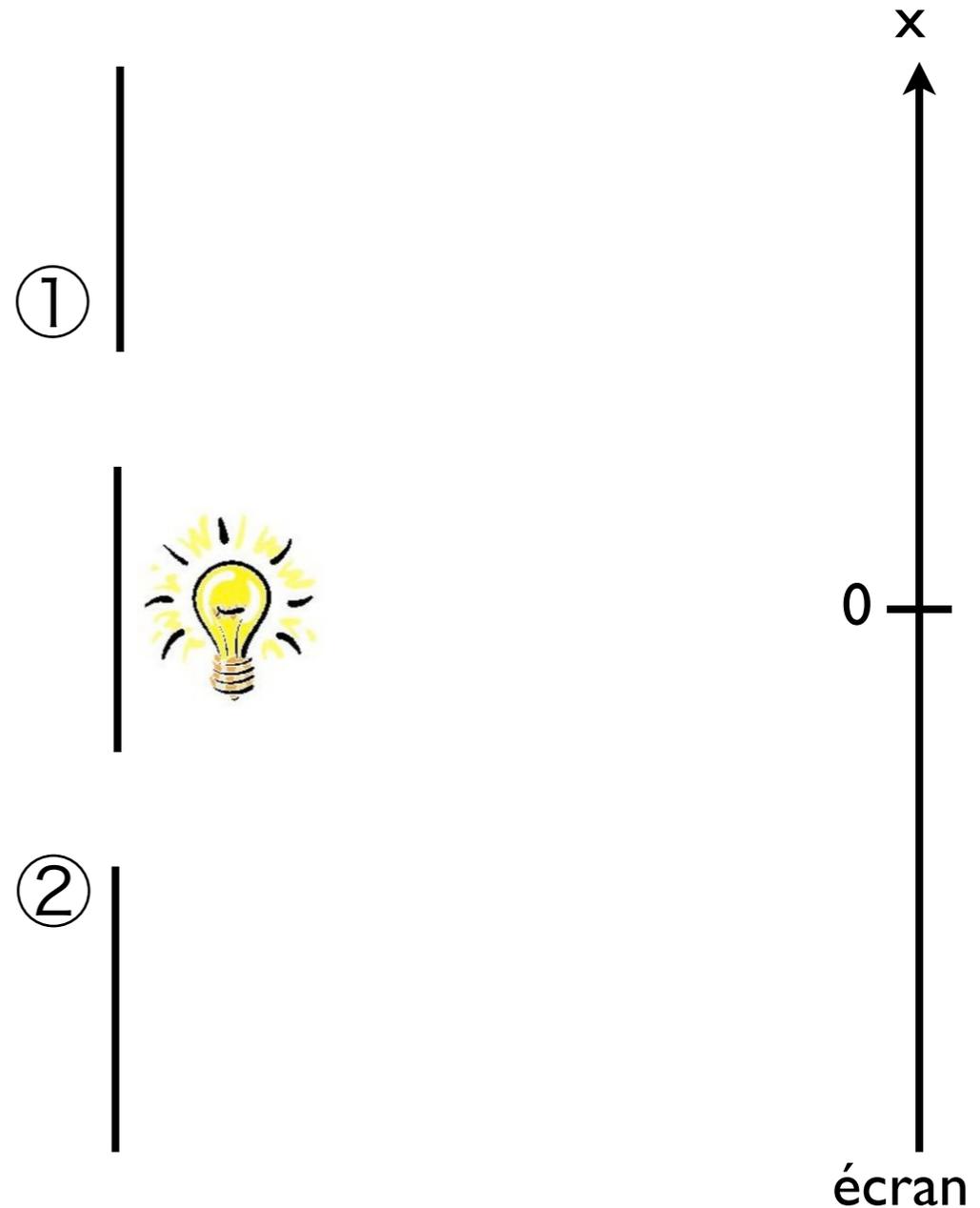
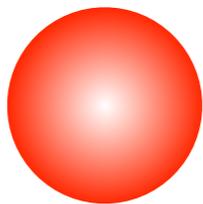
2) Eclairage intense et petit λ



Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

- ~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~
- ~~2) Eclairage intense et petit λ~~
- 3) Eclairage peu intense et petit λ

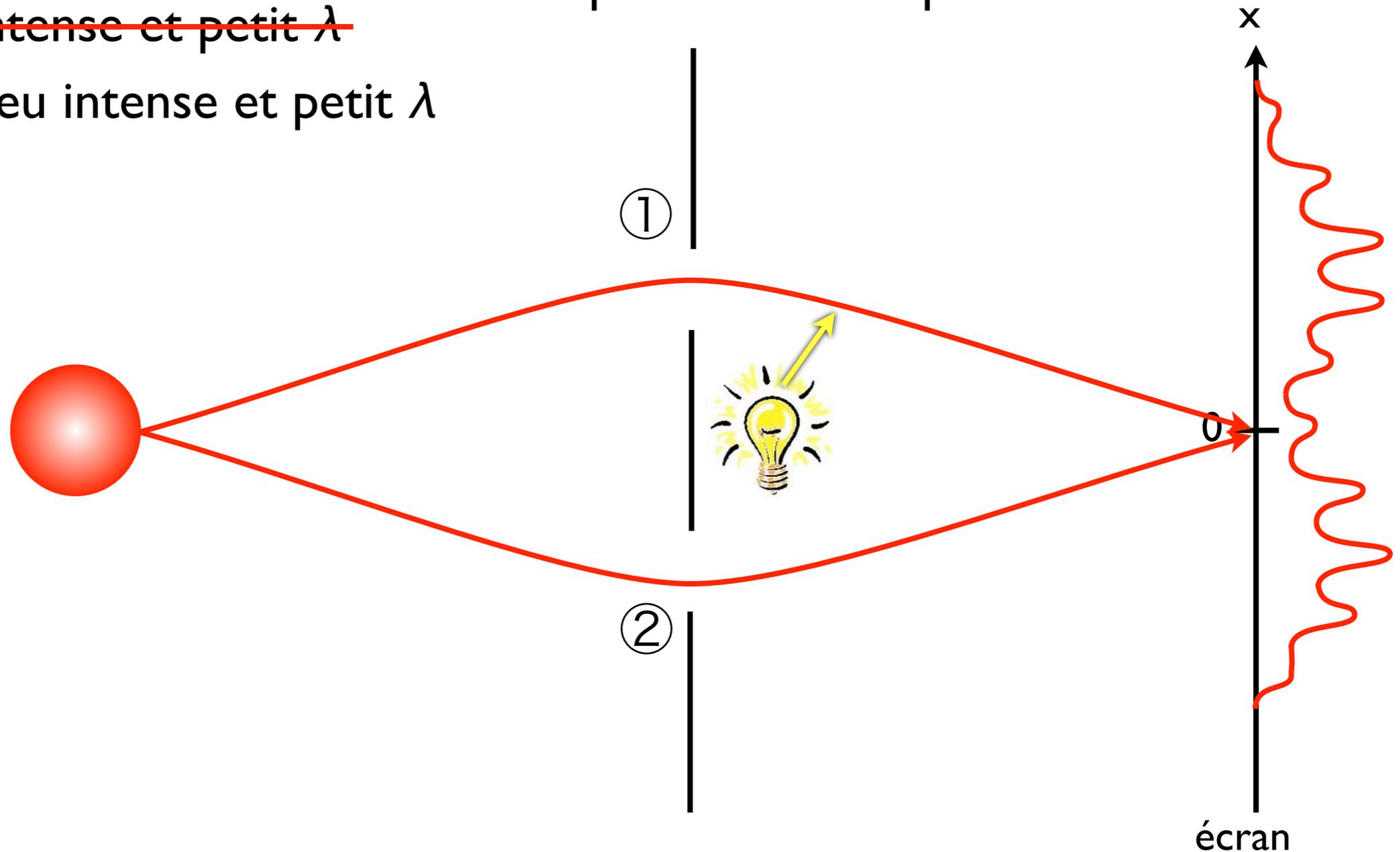


Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

- ~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~
- ~~2) Eclairage intense et petit λ~~
- 3) Eclairage peu intense et petit λ

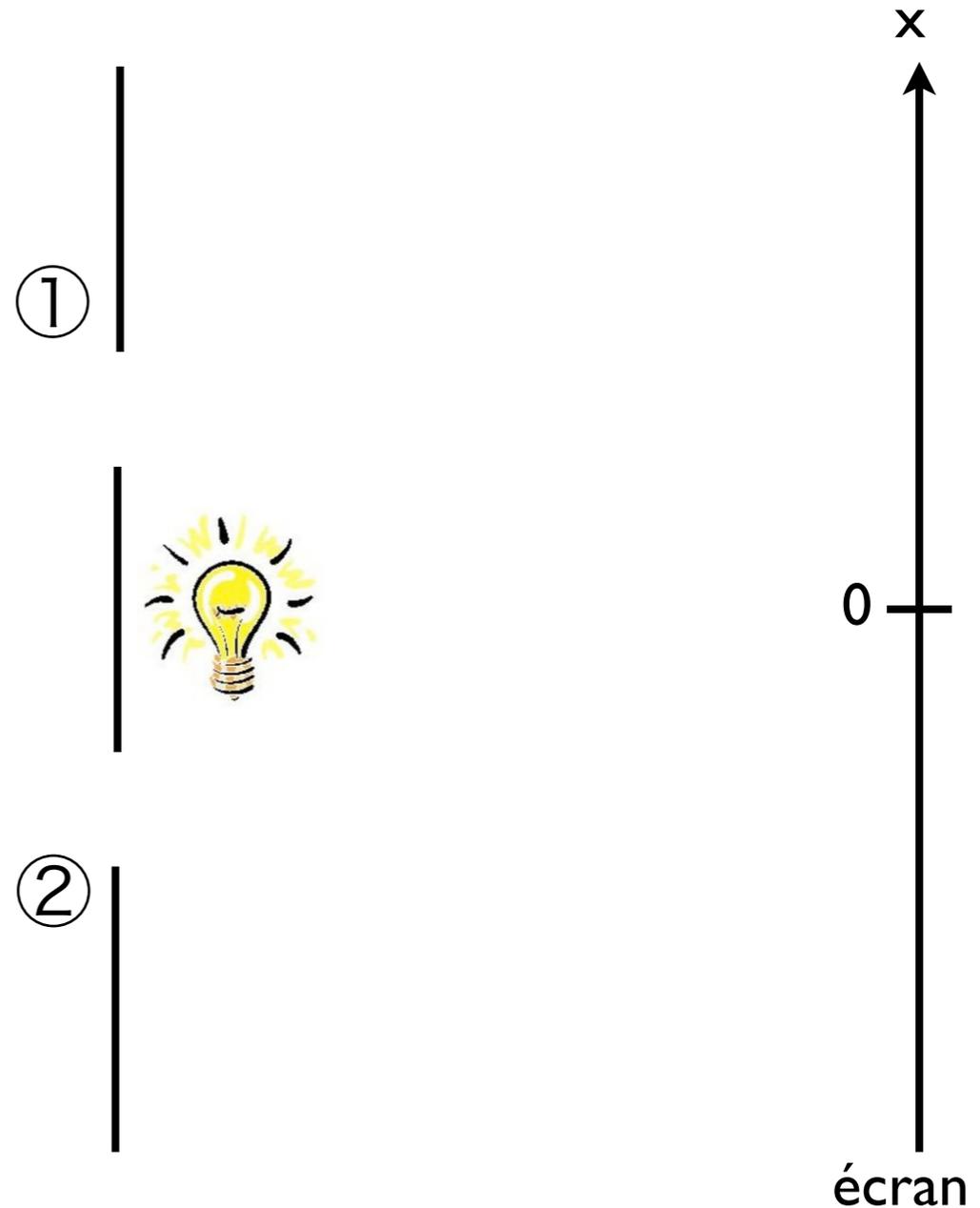
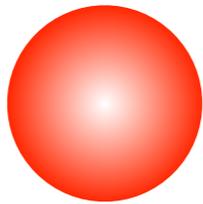
Manque de connaissance pour certaines particules



Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

- ~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~
- ~~2) Eclairage intense et petit λ~~
- ~~3) Eclairage peu intense et petit λ~~
- 4) Eclairage intense et grand λ

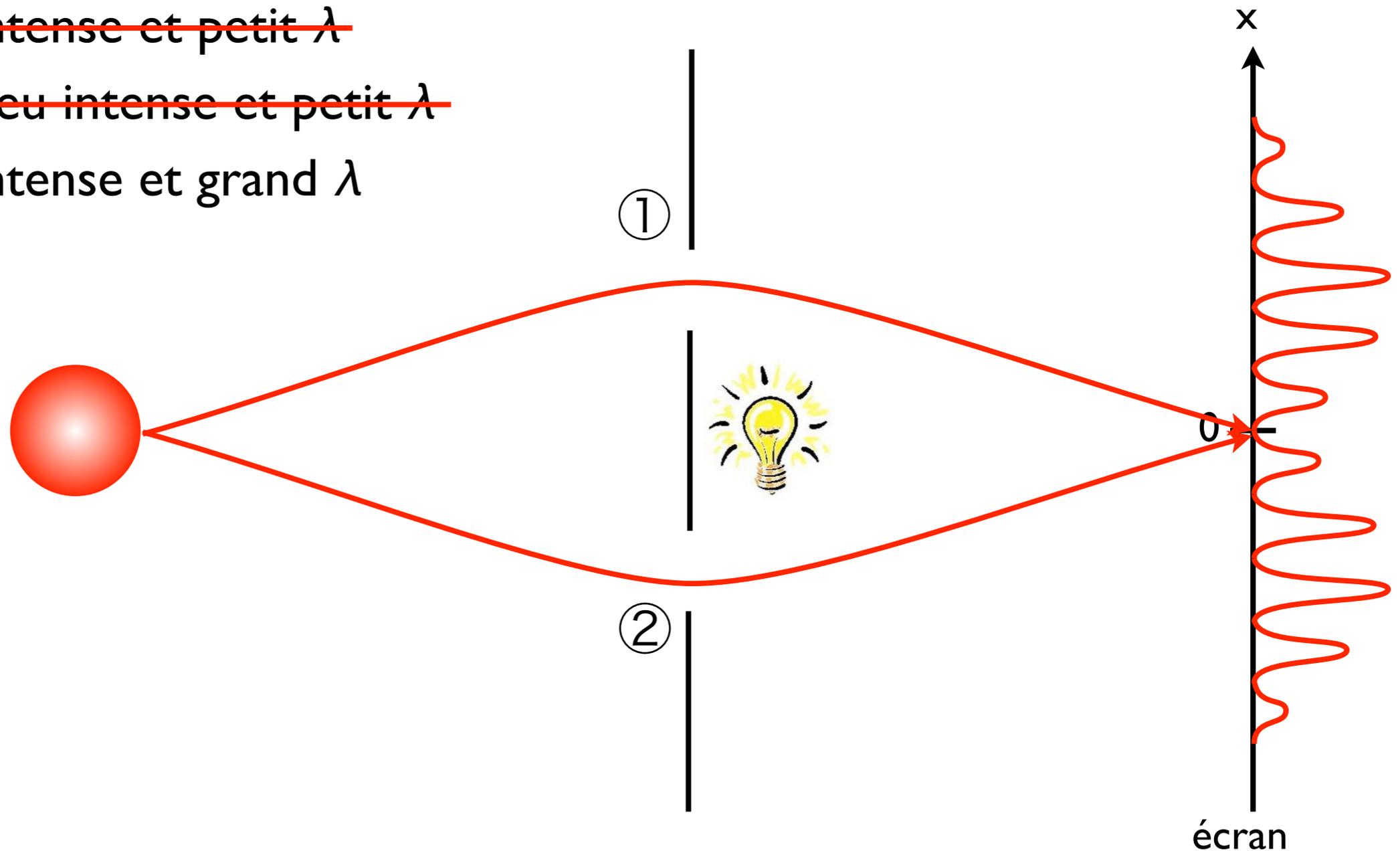


Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

- ~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~
- ~~2) Eclairage intense et petit λ~~
- ~~3) Eclairage peu intense et petit λ~~
- 4) Eclairage intense et grand λ

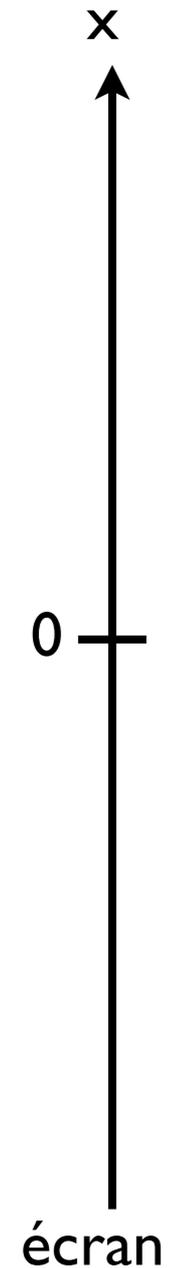
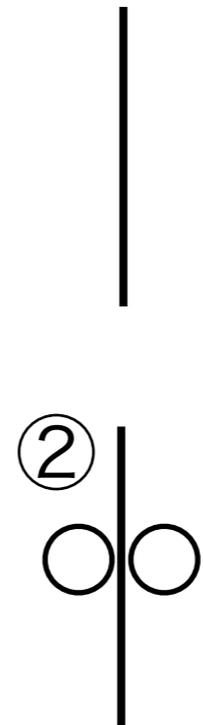
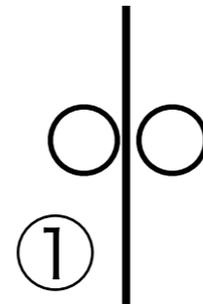
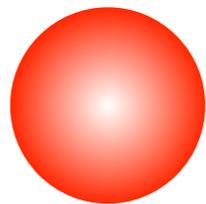
Mauvaise résolution spatiale



Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

- ~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~
- ~~2) Eclairage intense et petit λ~~
- ~~3) Eclairage peu intense et petit λ~~
- ~~4) Eclairage intense et grand λ~~
- 5) Panneau sur glissières

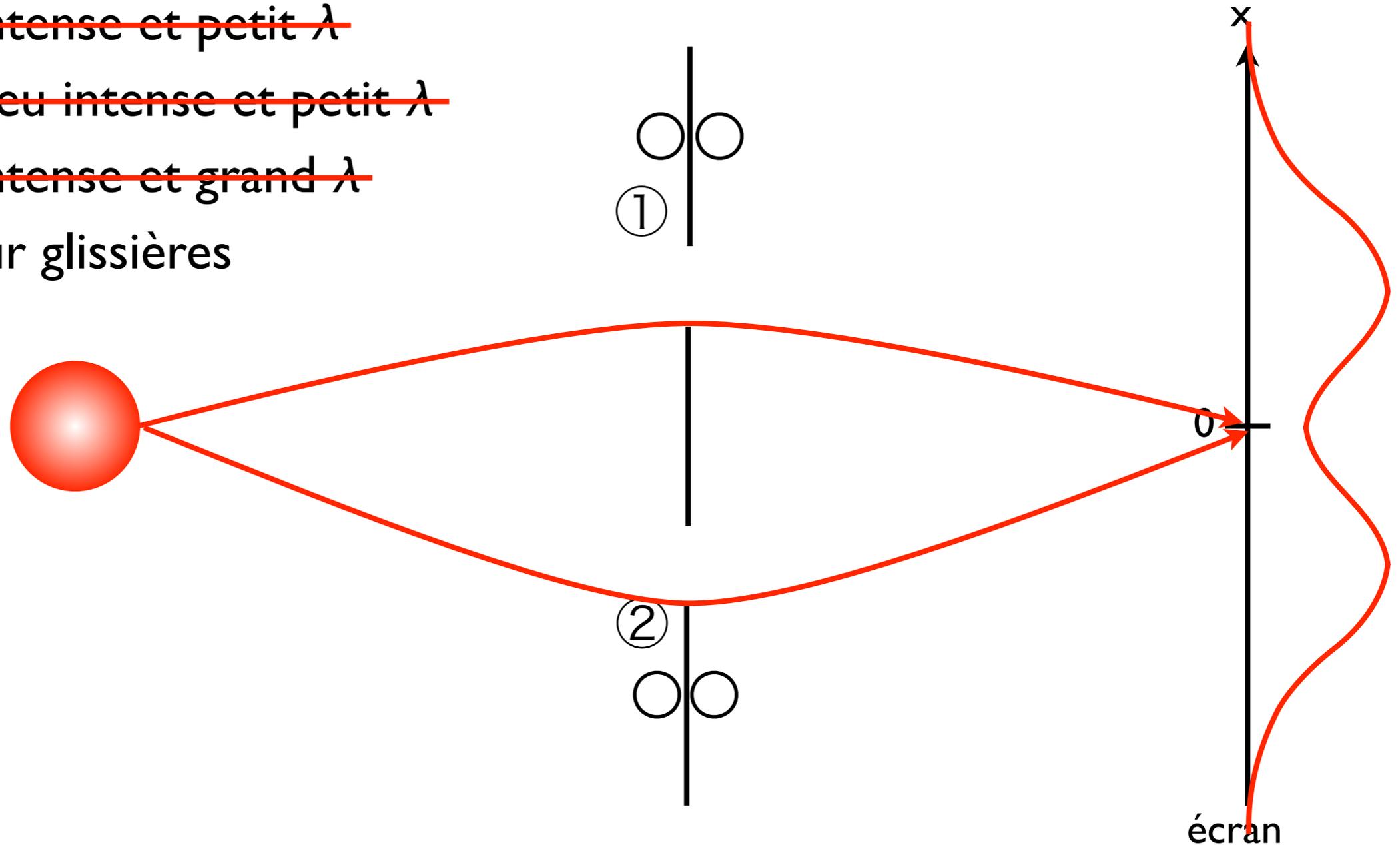


Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

- ~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~
- ~~2) Eclairage intense et petit λ~~
- ~~3) Eclairage peu intense et petit λ~~
- ~~4) Eclairage intense et grand λ~~
- 5) Panneau sur glissières

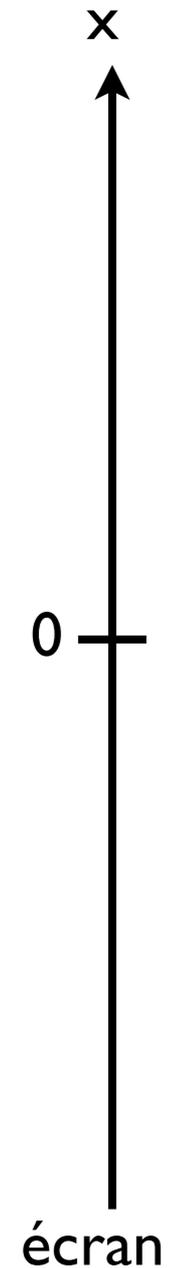
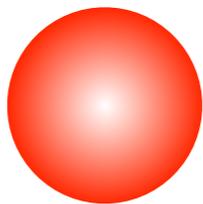
Image brouillée des franges



Mesure de trajectoire : facile ?

Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

- ~~1) Détecteur au niveau d'un trou~~
- ~~2) Eclairage intense et petit λ~~
- ~~3) Eclairage peu intense et petit λ~~
- ~~4) Eclairage intense et grand λ~~
- ~~5) Panneau sur glissières~~



Réponse : **par les deux !**

Mesure de trajectoire : facile ?

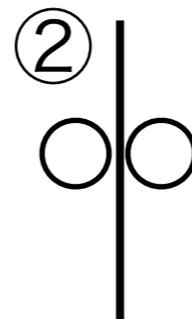
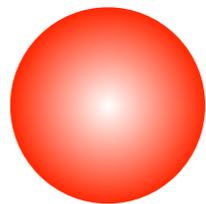
Par quel trou passe la particule ? ① ou ② ?

La mesure perturbe le système

Mesurer = Interagir

= Modifier p et/ou E

La notion de trajectoire bien définie
est remplacée par des trajectoires possibles



0
écran

Réponse : **par les deux !**

- ~~1) Détection~~
- ~~2) Eclairage~~
- ~~3) Eclairage~~
- ~~4) Eclairage~~
- ~~5) Panneau~~

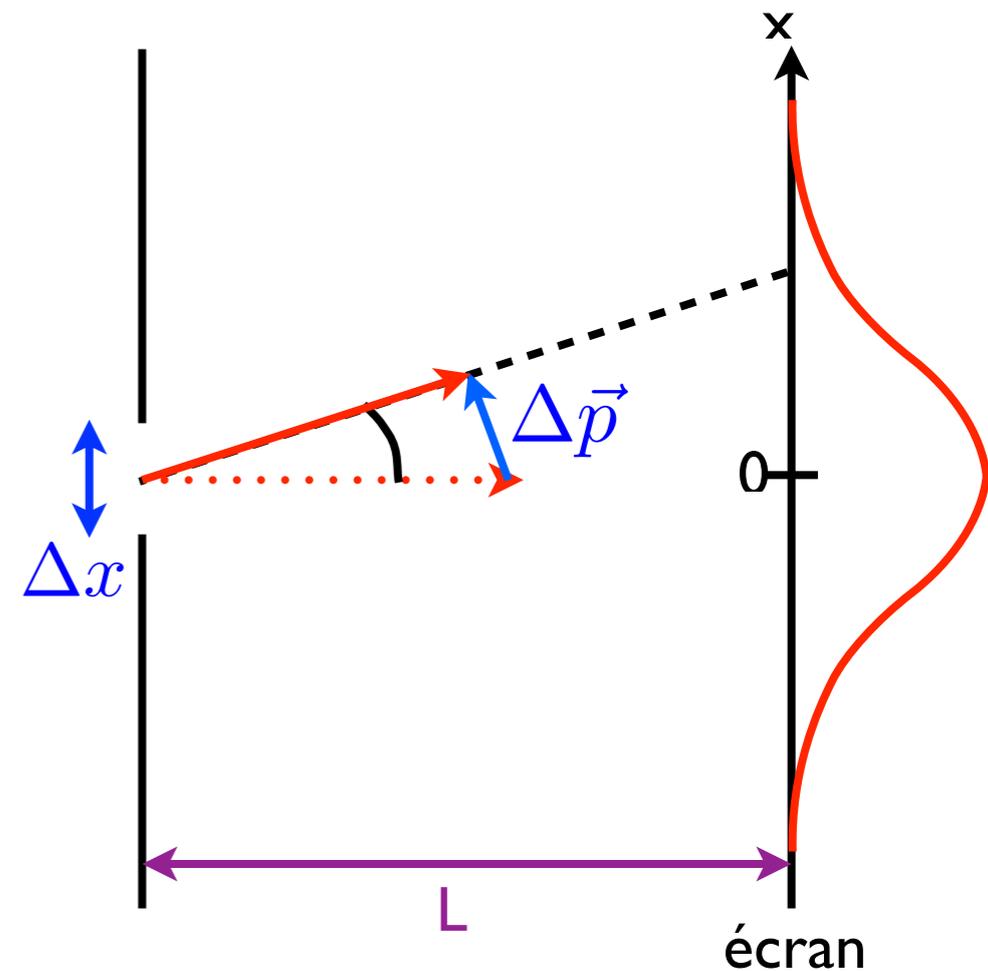
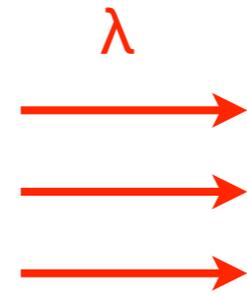
Principe d'incertitude de Heisenberg

Tache de diffraction :

$$\text{Taille } x_{diff} = \frac{L\lambda}{\Delta x}$$

$$\text{Particules déviées } \frac{\Delta \vec{p}}{p} \simeq \frac{x_{diff}}{L} \simeq \frac{\lambda}{\Delta x}$$

$$\Rightarrow \Delta p \Delta x \simeq \lambda p = h \neq 0$$



Principe d'incertitude de Heisenberg :

Il est impossible de mesurer simultanément l'impulsion et la position d'une particule avec une précision infinie.

Formulations : relations entre grandeurs conjuguées

$$\Delta p_x \Delta x \gtrsim \hbar/2 \quad \Delta E \Delta t \gtrsim \hbar/2$$

$$\Delta J \Delta \theta \gtrsim \hbar/2$$

NB : nous retrouvons le comportement des TF
 $p = \hbar k \Rightarrow \Delta k \Delta x \gtrsim 1/2$
 $E = \hbar \omega \Rightarrow \Delta \omega \Delta t \gtrsim 1/2$

Poisson de Heisenberg



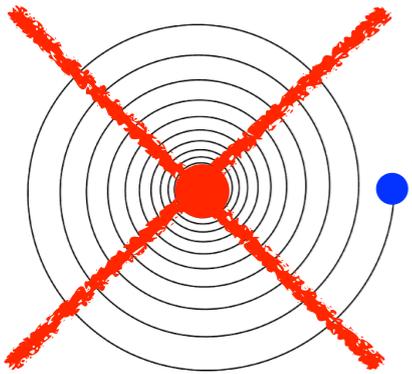
Fonction d'onde du poisson : probabilité de le pêcher quelque part

Mesure de la position : hameçon tressaille mais vitesse inconnue

Mesure de la vitesse : 2 hameçons tressaillent l'un après l'autre

Principe d'incertitude : conséquences

Atome d'Hydrogène :



Classiquement : $r=0$ et $p=0$

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

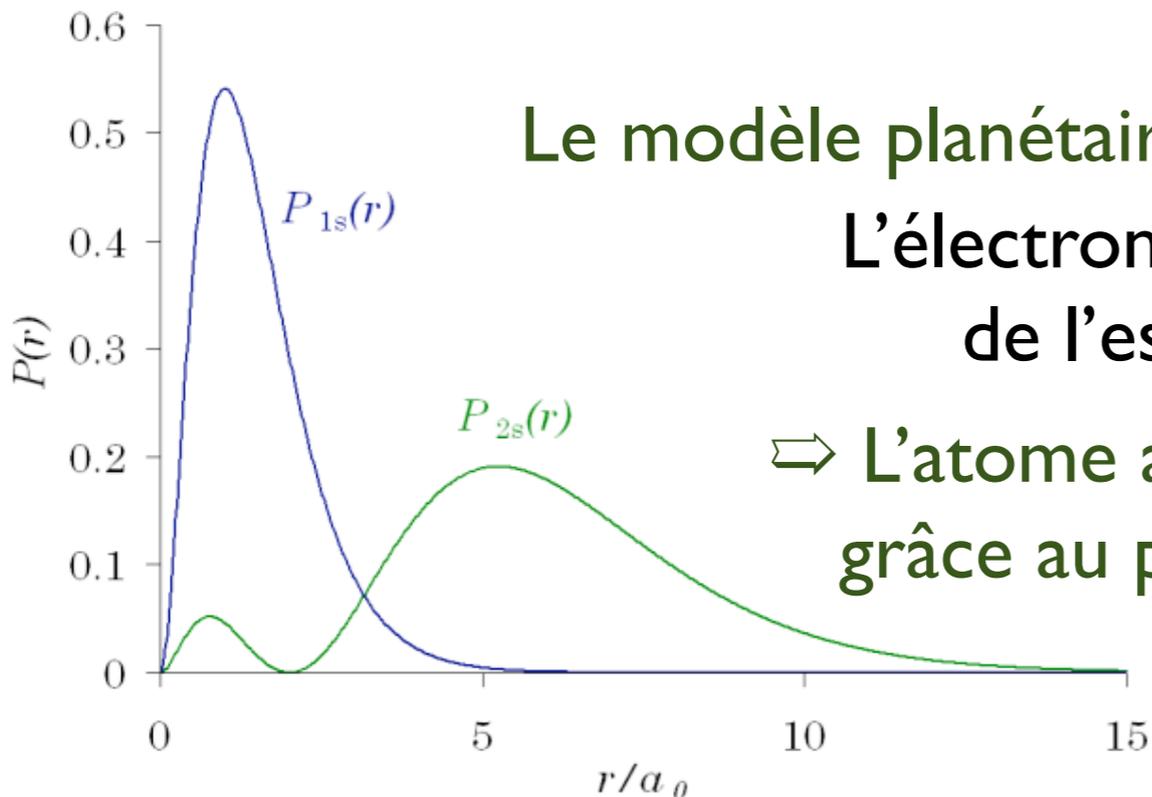
Quantiquement : $E = \frac{\Delta p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \Delta r}$

Quelle valeur de Δr minimise l'énergie ?

Réponse : le rayon de Bohr $a_\infty = \frac{4\pi\epsilon_0(\hbar c)^2}{e^2 m c^2} = 0,529 \text{ \AA}$

Bon ordre de grandeur

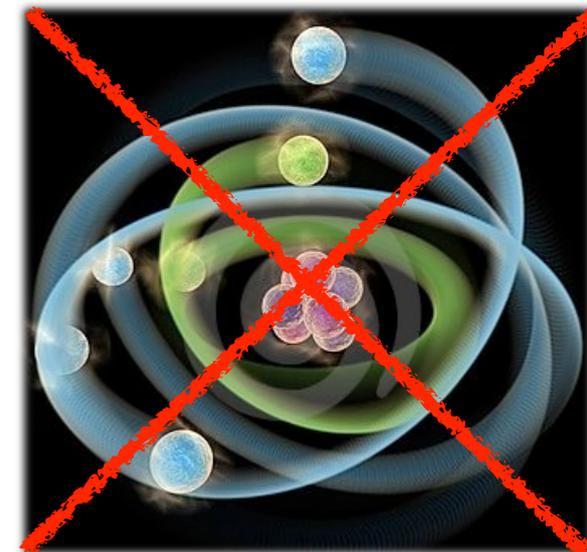
Energie du fondamental : $E_{Rydberg} = -\frac{e^4 m c^2}{2(4\pi\epsilon_0)^2 (\hbar c)^2} = -13,6 eV$



Le modèle planétaire de l'atome n'est plus justifiable

L'électron se trouve dans une région de l'espace autour du proton

⇒ L'atome a une taille et la chimie existe grâce au principe d'incertitude ($\hbar \neq 0$)



Principe d'incertitude : conséquences

Durée de vie et largeur en énergie :

- Un système évolue dans l'espace parce qu'il possède une impulsion $\Delta x \Delta p \gtrsim \frac{\hbar}{2}$
- Un système évolue dans le temps parce qu'il possède une énergie, quelle soit cinétique ou potentielle (excitation) $\Delta t \Delta E \gtrsim \frac{\hbar}{2}$

Ordres de grandeur :

$$\Delta E = 1\text{eV} \Rightarrow \Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E} = 6,6 \cdot 10^{-16}\text{s}$$
$$\Delta t = 1\text{s} \Rightarrow \Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = 6,6 \cdot 10^{-16}\text{eV}$$

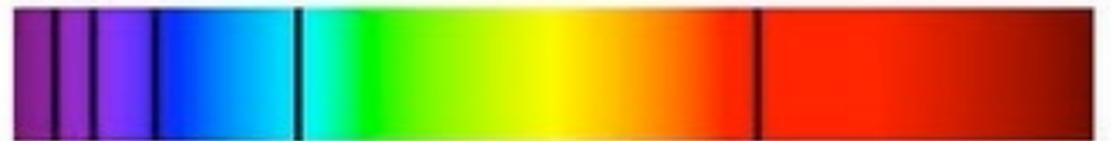
Spectre d'émission :

Même avec un appareil de très haute résolution, les raies possèdent une largeur naturelle.

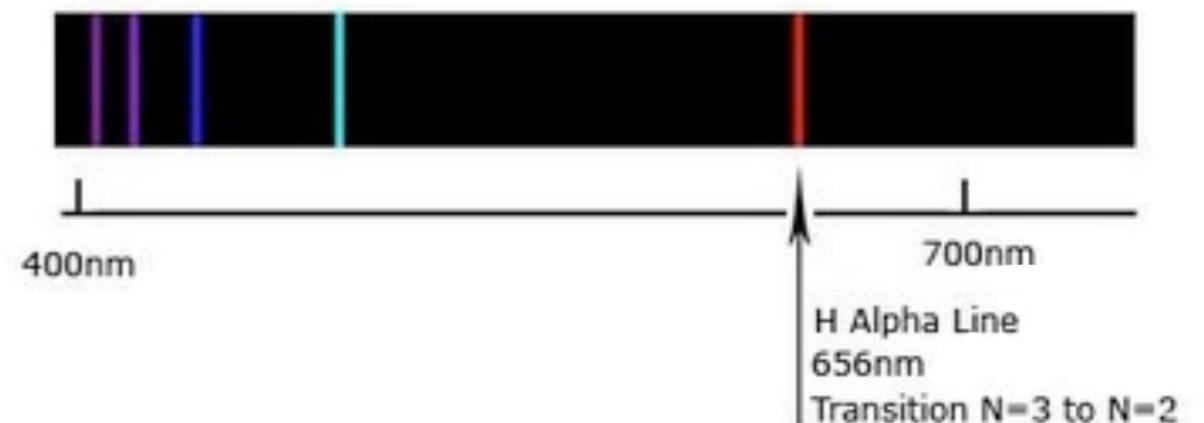
$$\Delta t \sim 10^{-12}\text{s} \Rightarrow \Delta E \sim 10^{-3}\text{eV}$$

Attention : $\Delta E \ll E_{exc.}$

Hydrogen Absorption Spectrum



Hydrogen Emission Spectrum



Nous retrouverons plus tard le principe d'incertitude avec l'effet tunnel

Dualité onde-corpuscule :

tout objet physique (Quantum) est décrit par une particule à laquelle une onde de probabilité de mesure est associée.

$$P(\vec{x}, t) = |\psi(\vec{x}, t)|^2$$

Longueur d'onde de de Broglie :

lien entre propriétés ondulatoires et corpusculaires

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$h = 6,62606896 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,054571628 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

Principes d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta x \Delta p \gtrsim \frac{\hbar}{2} \quad \Delta t \Delta E \gtrsim \frac{\hbar}{2} \quad \Delta \theta \Delta J \gtrsim \frac{\hbar}{2}$$

La mesure perturbe le système

Quantique ou Classique ?

Un système physique nécessite un traitement quantique lorsque son action typique (J.s) est du même ordre de grandeur que \hbar

1) Trotteuse d'une montre

2) Antenne de puissance $P=1\text{kW}$ émettant à $\nu=1\text{MHz}$

Chapitre I : Exercices

3) Une raie d'émission de l'atome d'hydrogène correspond à $\lambda \approx 100\text{nm}$ et $E \approx 10\text{eV}$

Attention : ne pas utiliser directement la solution !

4) L'Hélium liquide devient superfluide à $T_c = 2,18\text{K}$
En s'aidant de l'énergie cinétique typique $E_c = k_B T$ avec $k_B = 1,34 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$, calculez l'impulsion typique puis l'action typique sachant que :

$$m_{He} = 4,64 \cdot 10^{-27} \text{kg} \text{ et } \rho_{He} = 146 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

A parte : la superfluidité

Superfluide = viscosité nulle

En dessous de $T_c = 2,18\text{K}$ appelé «point λ », le fluide n'offre plus aucune résistance à son écoulement (pas de perte de charge).

Explication :

$\lambda_T = h/p \simeq 1\text{nm} \gtrsim \Delta x = 0,3\text{nm} \Rightarrow$ diffraction des atomes entre eux
+ tous dans l'état fondamental (condensat de Bose-Einstein)

Impossible de distinguer les atomes (fonction d'onde macroscopique)

Conséquences :

viscosité nulle

supraconductivité de chaleur : le fluide n'admet aucun écart de température en son sein.

Calcul de longueurs d'onde de de Broglie

1) Estimez la longueur d'onde de de Broglie pour un sprinter comme Usain Bolt (86kg, vitesse : 100m en 9,69s) et pour une balle de fusil (20g, vitesse : $400\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

2) Pour posséder une longueur d'onde de de Broglie de 1\AA , quelle énergie doivent avoir un photon, un électron, un neutron et un atome de Pb ? $m_e = 511\text{keV}/c^2$ $m_n = 939\text{MeV}/c^2$ $m_{Pb} = 193\text{GeV}/c^2$

Chapitre I : Exercices

3) Dans le cuivre, les électrons de conduction possèdent une énergie cinétique de 7eV. Calculez leur longueur d'onde de de Broglie et comparez-la à la distance inter-atomique.

$$\rho_{Cu} = 8,9.10^3 kg.m^{-3} \quad m_{Cu} = 1,05.10^{-25} kg$$

