IMT Atlantique
Bretagne-Pays de la Loire
École Mines-Télécom

Moments cinétiques
TD1

UEE-D
Physique et Applications Quantique
21/10/2022

On considère un système de moment cinétique orbital $\boldsymbol{L}$ dont l'espace des états est rapporté à une base de vecteurs propres $|\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m_z}\rangle$ communs à $\boldsymbol{L^2}$ et $\boldsymbol{L_z}$ avec $l = 0\ ou\ 1$.

Question 1 :

a) Quelle est la dimension de cet espace ?
b) Quelles sont les valeurs propres des opérateurs $\boldsymbol{L^2}$ et $\boldsymbol{L_z}$?
c) Ecrire les matrices liées aux opérateurs $\boldsymbol{L^2}$, $\boldsymbol{L_z}$, $\boldsymbol{L_x}$, et $\boldsymbol{L_y}$ dans la base $\{|\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m_z}\rangle\}$.

Question 2 :

a) Exprimer les états propres $|\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m_x}\rangle$ communs à $\boldsymbol{L^2}$ et $\boldsymbol{L_x}$ en fonction des kets $|\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m_z}\rangle$.
b) Réciproquement, exprimer les états propres $|\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m_z}\rangle$ en fonction des kets $|\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m_x}\rangle$.

Question 3 :

On considère que le système est dans l'état normé suivant exprimé dans la base $|\boldsymbol{l}, \boldsymbol{m_z}\rangle$:

$$|\boldsymbol{\psi}\rangle = a\,|\boldsymbol{0}, \boldsymbol{0}\rangle + b\,|\boldsymbol{1}, -\boldsymbol{1}\rangle + c\,|\boldsymbol{1}, \boldsymbol{0}\rangle + d\,|\boldsymbol{1}, -\boldsymbol{1}\rangle$$

a) On mesure maintenant simultanément $\boldsymbol{L^2}$ et $\boldsymbol{L_x}$. Quelle est la probabilité d'obtenir comme résultat de la mesure, les valeurs $\boldsymbol{L^2} = \boldsymbol{2}\hbar^{\boldsymbol{2}}$ et $\boldsymbol{L_x} = \hbar$?
b) Calculer les valeurs moyennes des observables $\boldsymbol{L^2}$, $\boldsymbol{L_z}$, et $\boldsymbol{L_x}$.

Question 4 :

On considère maintenant que le système est dans l'état $|\boldsymbol{\psi}\rangle = |\boldsymbol{1}, \boldsymbol{m_z} = \boldsymbol{1}\rangle$:

a) Calculer les valeurs moyennes et les incertitudes (écarts quadratiques) des observables $\boldsymbol{L_x}$, et $\boldsymbol{L_y}$. Commenter la valeur du produit $\Delta\boldsymbol{L_x}\,\Delta\boldsymbol{L_y}$.