Correction ELP111 PCD3: Simplification des fonctions logiques

Section 3.1 :

Simplifier, par la méthode des diagrammes de Karnaugh, les fonctions booléennes suivantes :

1. $F(A,B,C) = \overline{B} + \overline{C}$

2. Pas de simplification possible, il s'agit de la fonction ET inclusif (XNOR), $F(A,B,C) = \overline{A \oplus B \oplus C}$

3. Rappel : en présence d'états indifférents, traiter d'abord la simplification sans en tenir compte, puis les prendre en compte pour agrandir et éventuellement fusionner les regroupements déjà existants (ne pas créer de nouveaux groupes).

$F(A,B,C) = \overline{A}\,C + A\,\overline{C} = A \oplus C$

4. $F(A,B,C) = (B+C)(\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B})$ ou $(B+C)(\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+C)$

Section 3.2 :

Simplifier, par la méthode des diagrammes de Karnaugh, les fonctions booléennes suivantes :

1. Tableau en damier, avec F = 0 pour $A = B = C = 0 \Rightarrow$ pas de simplification possible, il s'agit de la fonction OU exclusif (OUEX ou XOR) : $F(A,B,C,D) = A \oplus B \oplus C \oplus D$

2. Résultat sous forme conjonctive, obtenue en regroupant les 0 :
   $F(A,B,C,D) = (A+C+D)(A+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+D)(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}+\overline{D})(\overline{A}+B+\overline{C}+D)$
   Résultat sous forme disjonctive, obtenue en regroupant les 1 :
   $F(A,B,C,D) = A\,\overline{C} + \overline{B}\,D + AB\,\overline{D} + \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,CD$

3. $F(A,B,C,D) = A\overline{B} + C\overline{D} + BD$

4. $F(A,B,C,D) = A\,\overline{B} + \overline{A}\,B + \overline{C}D + C\overline{D} = A \oplus B + C \oplus D$, et tous les états indifférents sont utilisés.

Remarque sur le vocabulaire : Dire que certaines combinaisons de variables sont impossibles ou que les états correspondant à ces combinaisons sont indifférents revient au même pour la simplification dans le tableau de Karnaugh. Par contre, cela a un sens différent lorsqu'on analyse un problème. Donc la cause est différente mais la conséquence dans le contexte de la simplification par tableau de Karnaugh est la même.

Section 3.3 :

Simplifier algébriquement les fonctions suivantes :

1. $F_1 = (X+Y)(\overline{X}+Y)$

$$F_1 = \underbrace{X\overline{X}}_{0} + XY + Y\overline{X} + \underbrace{YY}_{Y} = Y + Y(X+\overline{X}) = Y + Y = Y$$

$$F_1 = Y + (X.\overline{X}) = Y$$

2. $F_2 = \overline{X}\,\overline{Y} + XY + \overline{X}Y$

$$F_2 = Y.(X + \overline{X}) + \overline{X}\overline{Y} = Y + \overline{X}\overline{Y} = (Y + \overline{X}).(Y + \overline{Y}) = Y + \overline{X}$$