Correction ELP111 PC4: algèbre de Boole et fonction logique

Section 3.1

Établir les tables de vérité des fonctions suivantes, puis les écrire sous les deux formes canoniques :

1. $F_1 = XY + YZ + XZ$

X	Y	Z	F_1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Première forme canonique

$$F_1 = \overline{X}\,Y\,Z + X\,\overline{Y}\,Z + X\,Y\,\overline{Z} + X\,Y\,Z$$

- Seconde forme canonique

$$F_1 = (X+Y+Z)(X+Y+\overline{Z})(X+\overline{Y}+Z)(\overline{X}+Y+Z)$$

2. $F_2 = X + YZ + \overline{Y}\,\overline{Z}\,T$

X	Y	Z	T	F_2
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1

1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- Première forme canonique

$$F_2 = \overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,T + \overline{X}\,Y Z \overline{T} + \overline{X}\,Y Z T + X\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,\overline{T} + X\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,T + X\,\overline{Y}\,Z\overline{T} + X\,\overline{Y}\,ZT + XY\overline{Z}\,\overline{T} + XY\overline{Z}\,T + XYZ\overline{T} + XYZT$$

- Seconde forme canonique

$$F_2 = (X+Y+Z+T)(X+Y+\overline{Z}+T)(X+Y+\overline{Z}+\overline{T})(X+\overline{Y}+Z+T)(X+\overline{Y}+Z+\overline{T})$$

3. $F_3 = (X+Y)(\overline{X}+Y+Z)$

X	Y	Z	F_3
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Première forme canonique

$$F_3 = \overline{X}\,Y\overline{Z} + \overline{X}\,YZ + X\,\overline{Y}\,Z + XY\overline{Z} + XYZ$$

- Seconde forme canonique

$$F_3 = (X+Y+Z)(X+Y+\overline{Z})(\overline{X}+Y+Z)$$

4. $F_4 = (\overline{X}+\overline{Y}+Z)(X+\overline{Y}+Z)(X+\overline{Y}+\overline{Z})(X+Y+\overline{Z})(X+Y+Z)$

X	Y	Z	F_8
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

- Première forme canonique

$$F_4 = X.\bar{Y}.\bar{Z} + X.\bar{Y}.Z + X.Y.Z$$

- Seconde forme canonique : c'est la forme de l'énoncé.

Section 3.2

1. $\bar{F}_1 = (X+Y)(\bar{X}+\bar{Y})(X+\bar{Y})$
2. $\overline{F_2} = (\bar{X}+(Y+Z)(\bar{Y}+\bar{Z}))(X+\bar{Y}+Z)(X+Y+\bar{Z})$
3. $\overline{F_3} = (\bar{X}+Y)(Z+T)(X+Y)(Z+T)$

Section 3.3

Écrire sous la première forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

Utiliser les combinaisons des variables pour lesquelles f = 1.

1. $\mathrm{f}(A,B,C)=1$ si et seulement si aucune des variables A, B, C ne prend la valeur 1

   $\mathrm{f}(A,B,C)=\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

2. $\mathrm{f}(A,B,C)=1$ si et seulement si au plus une des variables A, B, C prend la valeur 0

   $\mathrm{f}(A,B,C)=\overline{A}BC+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC$

3. $\mathrm{f}(A,B,C)=1$ si et seulement si exactement une des variables A, B, C prend la valeur 1
   $\mathrm{f}(A,B,C)=\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+A\overline{B}\,\overline{C}$

Mettre la fonction 2 sous la seconde forme canonique .

Utiliser les combinaisons des variables pour lesquelles f = 0.

$\mathrm{f}(A,B,C)=(A+B+C)(A+B+\overline{C})(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+B+C)$

.

Section 3.4

Écrire sous la seconde forme canonique la fonction définie par la proposition suivante :

$\mathrm{g}(A,B,C)=0$ _si et seulement si aucune des variables A, B, C ne prend la valeur 1_

Même méthode que pour $\mathrm{f}(A,B,C)$ ou bien réutiliser les résultats de l'exercice 6 de la PC3 et complémenter (car $\mathrm{g}(A,B,C)=\overline{\mathrm{f}(A,B,C)}$).

$\mathrm{g}(A,B,C)=A+B+C$

Mettre cette fonction sous la première forme canonique.
Même méthode que pour $\mathrm{f}(A,B,C)$ ou bien réutiliser les résultats de l'exercice 6 de la PC3 et complémenter.

$\mathrm{g}(A,B,C)=\overline{A}\,\overline{B}C+\overline{A}B\overline{C}+\overline{A}BC+A\overline{B}\,\overline{C}+A\overline{B}C+AB\overline{C}+ABC$