Correction ELP111 PCD2: algèbre de Boole et fonction logique

Section 3.1

Établir les tables de vérité des fonctions suivantes, puis les écrire sous les deux formes canoniques :

1. $F_1 = XY + YZ + XZ$

X	Y	Z	F_1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Première forme canonique

  $F_1 = \overline{X}YZ + X\overline{Y}Z + XY\overline{Z} + XYZ$

- Seconde forme canonique

  $F_1 = (X + Y + Z)(X + Y + \overline{Z})(X + \overline{Y} + Z)(\overline{X} + Y + Z)$

2. $F_2 = X + YZ + \overline{Y}\,\overline{Z}\,T$

X	Y	Z	T	F_2
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1

1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

- Première forme canonique

$$F_2 = \overline{X}\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,T + \overline{X}\,YZ\,\overline{T} + \overline{X}\,YZT + X\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,\overline{T} + X\,\overline{Y}\,\overline{Z}\,T + X\,\overline{Y}\,Z\,\overline{T} + X\,\overline{Y}\,ZT + XY\,\overline{Z}\,\overline{T} + XY\,\overline{Z}\,T + XYZ\,\overline{T} + XYZT$$

- Seconde forme canonique

$$F_2 = (X+Y+Z+T)(X+Y+\overline{Z}+T)(X+Y+\overline{Z}+\overline{T})(X+\overline{Y}+Z+T)(X+\overline{Y}+Z+\overline{T})$$

3. $F_3 = (X+Y)(\overline{X}+Y+Z)$

X	Y	Z	F_3
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

- Première forme canonique

$$F_3 = \overline{X}\,Y\overline{Z} + \overline{X}\,YZ + X\,\overline{Y}\,Z + XY\overline{Z} + XYZ$$

- Seconde forme canonique

$$F_3 = (X+Y+Z)(X+Y+\overline{Z})(\overline{X}+Y+Z)$$

4. $F_4=(\overline{X}+\overline{Y}+Z)(X+\overline{Y}+Z)(X+\overline{Y}+\overline{Z})(X+Y+\overline{Z})(X+Y+Z)$

X	Y	Z	F_8
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

- Première forme canonique

$$F_4 = X.\overline{Y}.\overline{Z} + X.\overline{Y}.Z + X.Y.Z$$

- Seconde forme canonique : c'est la forme de l'énoncé.

Section 3.2

1. $\overline{F_1} = (X + Y)(\bar{X} + \bar{Y})(X + \bar{Y})$
2. $\overline{F_2} = (\bar{X} + (Y + Z)(\bar{Y} + \bar{Z}))(X + \bar{Y} + Z)(X + Y + \bar{Z})$
3. $\overline{F_3} = (\bar{X} + Y)(\bar{Z} + T)(X + Y)(Z + T)$

Section 3.3

Écrire sous la première forme canonique les fonctions définies par les propositions suivantes :

Utiliser les combinaisons des variables pour lesquelles f = 1.

1. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si aucune des variables *A*, *B*, *C* ne prend la valeur 1

   $f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$

2. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si au plus une des variables *A*, *B*, *C* prend la valeur 0

   $f(A,B,C) = \overline{A}\,BC + A\overline{B}\,C + AB\,\overline{C} + ABC$

3. $f(A,B,C) = 1$ si et seulement si exactement une des variables *A*, *B*, *C* prend la valeur 1
   $f(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\overline{C} + A\overline{B}\,\overline{C}$

Mettre la fonction 2 sous la seconde forme canonique .

Utiliser les combinaisons des variables pour lesquelles f = 0.

$f(A,B,C) = (A + B + C)(A + B + \overline{C})(A + \overline{B} + C)(\overline{A} + B + C)$

.

Section 3.4

Écrire sous la seconde forme canonique la fonction définie par la proposition suivante :

$g(A,B,C) = 0$ *si et seulement si aucune des variables A, B, C ne prend la valeur 1*

Même méthode que pour $f(A,B,C)$ ou bien réutiliser les résultats de l'exercice 6 de la PC3 et complémenter (car $g(A,B,C) = \overline{f(A,B,C)}$).

$g(A,B,C) = A + B + C$

Mettre cette fonction sous la première forme canonique.
Même méthode que pour $f(A,B,C)$ ou bien réutiliser les résultats de l'exercice 6 de la PC3 et complémenter.

$g(A,B,C) = \overline{A}\,\overline{B}\,C + \overline{A}\,B\overline{C} + \overline{A}\,BC + A\overline{B}\,\overline{C} + A\overline{B}\,C + AB\overline{C} + ABC$